КЛАСИФИКАЦИЈА НА ЗАДАЧИТЕ ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА СПОРЕД НИВОАТА НА КОГНИТИВНИТЕ БАРАЊА

ПРИРАЧНИК

ЗА ОБУКА НА НАСТАВНИЦИТЕ ПО МАТЕМАТИКА ВО ОСНОВНОТО ОБРАЗОВАНИЕ

Компонентата Унапредување на наставата по математика и природната група предмети
се работи со техничка и стручна поддршка од Универзитетот во Индијана

КЛАСИФИКАЦИЈА НА ЗАДАЧИТЕ
ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА
СПОРЕД НИВОАТА
НА КОГНИТИВНИТЕ БАРАЊА

ПРИРАЧНИК

ЗА ОБУКА
НА НАСТАВНИЦИТЕ ПО МАТЕМАТИКА
ВО ОСНОВНОТО ОБРАЗОВАНИЕ

Материјалите за оваа обука
се подготвени со техничка и стручна помош
од универзитетот во Индијана

Овој прирачник е финансиран од американскиот народ преку **Агенцијата на САД за меѓународен развој - УСАИД Македонија**, во рамките на **Проектот за основно образование** што го спроведува **Академијата за развој на образованието (АЕД)** во партнерство со **Македонскиот центар за граѓанско образование (МЦГО)** и **Универзитетот во Индијана**.
Компонентата унапредување на наставата по математика **АЕД** ја спроведува во партнерство со **Универзитетот во Индијана**.

Материјалот го подготвија:

Лидија Кондинска

Гоце Шопкоски

Стручна редакција:
Аница Алексова

Графичко уредување:
Билјана Михајловска

Во овој прирачник се внесени материјали од книгата: Implementing Standard - based MathematicsInstructions, Stain. M. K. , Smith M. S., Henningsen M. A., Silver E. A., NCTM, USA, *користени за обука за обучувачи во Проектот за основно образование, јули 2007*

ВОВЕД

Во насока на обезбедување помош во основните училишта на Република Македонија, во 2006–та година, Агенцијата за меѓународен развој на Соединетите Американски Држави (УСАИД) Македонија започна нов петгодишен проект, наречен Проект за основно образование (ПЕП).

Во ПЕП ќе бидат опфатени сите основни училишта во Македонија, а целите на проектот се: подобрување на квалитетот на наставата; зголемување на работните вештини кај младите; зголемување на пристапот до компјутери и интегрирање на користењето на информатичко компјутерските технологии во сите наставни предмети; унапредување на наставата по математика и природните науки и подобрување на оценувањето на ниво на училиште со цел да се поттикне и подобри квалитетот на учењето.

Една од четирите компоненти на ПЕП е Компонентата: Унапредување на наставата по математика и природната група предмети во рамките на која главна цел е: да се помогне да се оспособат учениците за критичко размислување што ќе им овозможи да постигнуваат успеси во глобалната економија базирана на знаење, преку поддршка и обезбедување професионален развој на наставниците, создавање ресурси за учење преку проекти. По рамките на оваа компонента Проектот за основно образование ќе се ангажира на следниве начини:

- Ќе помогне во осовременувањето на наставните програми по математика, физика, хемија, биологија, географија и природни науки;
- Ќе ги обучи сите наставници по математика и природни науки за реализација на содржините со користење на активни наставни методи, посебно учење преку решавање проблеми, учење преку истражување и учење преку работа на проекти;
- Ќе помогне во обезбедување квалитетен систем на професионален развој на ниво на училиште и на регионално ниво;
- Ќе развива печатени, дигитални и практични наставни материјали за унапредување на поучувањето и учењето.

Во рамките на ПЕП, на наставниците ќе им се обезбеди поддршка во процесот на применување на новостекнатите знаења и вештини при работата со учениците. Оваа поддршка наставниците ќе ја добиваат од инспекторите од Државниот просветен инспекторат, советниците од Бирото за развој на образованието, обучувачите, менторите од партнерите за обука, кои ќе им помагаат преку редовно следење и евалуација на наставата и учењето. ПЕП исто така ќе следи и известува за успешноста во пренесувањето новата практика во училиштата.

Во рамките на УСАИД Проектот за основно образование, ова е прва обука за наставниците по математика од основното образование. Оваа обука е дисеминација на обуката за обучувачи[1] организирана од УСАИД/Проект за основно образование.

[1] Фасилитатори на обуката беа Д–р Франк Лестер и Д–р Диана Ламбдин, Професори по методика на универзитетот во Индијана.

Содржина на обуката: КЛАСИФИКАЦИЈА НА ЗАДАЧИТЕ ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА СПОРЕД НИВОАТА НА КОГНИТИВНИТЕ БАРАЊА

Основна цел

Избирање и класификација на задачи од аспект на нивоата на когнитивни барања во нив и користење на когнитивно комплексни задачи во наставата по математика.

Посебни цели

Наставникот да се оспособи:

- да ги идентификува учењето и постигањата на ученикот според неговото активно учество во работата на часот;
- осознаено да ја модифицира задачата на работата во училницата;
- да стекне искуство за анализирање задачи според когнитивните барања во нив (водич за анализа на задачи);
- да одбира задачи соодветни на целите на учењето;
- да идентификува и класифицира задачи според нивоата на когнитивните барања;
- да анализира случаи за професионален развој со цел да даде поголеми можности на учениците да учат самостојно и да ја развиваат моќта на математичкото мислење.

Методологија на работа

Семинарот се реализира според следните постапки на работа:

- презентации и објаснувања на теоретски и практични новини од методиката на наставата по математика;
- активности – методички работилници, согласно со целите на темите;
- размена на мислења, нудење на идеи и сугестии, бура на идеи;
- смооценување – проверка на постигнатоста на целите на темата;
- оценка на постигнатоста на целите на семинарот преку прашалник за учесниците.

Учесници

Наставници по математика од основните училишта во Република Македонија.

Тема 1

МОДЕЛИ НА НАСТАВНИ ЧАСОВИ ПО МАТЕМАТИКА

1.1 ДВА МОДЕЛИ НА НАСТАВНИ ЧАСОВИ ПО МАТЕМАТИКА

Се наоѓаме во училница, на час по математика, на кој учениците ќе учат за **периметар и плоштина на правоаголник и квадрат**.

МОДЕЛ 1

Тек на часот:

– *наставникот врши (ефикасна) проверка на домашната задача (зададена на претходниот час),*

– *се дефинираат поимите периметар и плоштина,*

– *се објаснуваат формулите за пресметување на периметар и плоштина на правоаголник и квадрат,*

– *на таблата наставникот покажува како да се пресмета периметарот и плоштината на правоаголник со страни (на пример 15 cm и 7 cm) и на квадрат (на пример со страна 50 cm),*

– *наставникот им задава на учениците повеќе слични проблеми од учебникот,*

– *додека учениците работат индивидуално, применувајќи ги формулите, наставникот шета низ просторијата и по потреба ја помага работата на учениците. Неговата помош најчесто се состои во:*

(1) *помош при множење двоцифрени броеви и*

(2) *потсетување за тоа која формула да се искористи за плоштина, односно за периметар,*

– *при крајот на часот наставникот им дава на учениците за домашна работа да решат 5 слични задачи и да ја решат тексуталната задача:*

Марија сака да го смени теписонот во својата спална, која е 4, 2 m долга и 3,5 m широка. Колку квадратни метри теписон ќе треба да купи Марија?

Во нашата практика доминираат лекции како оваа што ја опишавме. Вакивиот тек на активности во училницата (проверка на домашната задача, предавање и покажување од наставникот, проследено со вежби на учениците) и нивото на ангажираност и размислување на ученикот кое го бара зададената задача (примена на научената процедура/постапка на слични проблеми) може редовно да се забележи во предметната настава.

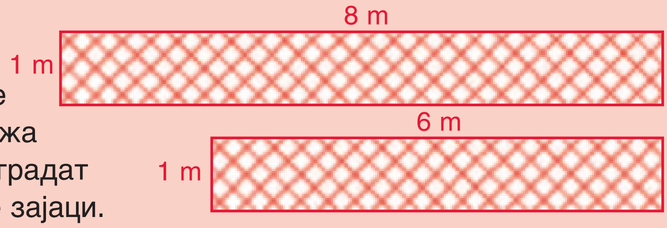
Се наоѓаме во друга училница, пак на час по математика, на истата лекција (**периметар и плоштина на правоаголник и квадрат**).

МОДЕЛ 2

Тек на часот:

– *наставникот го насочува вниманието на учениците кон следната задача:*

Во една училишна задруга ќе одгледуваат зајаци за пролетниот саем на основните училишта. Тие имаат 8 m^2 мрежа за ограда со која можат да изградат правоаголен кафез за чување зајаци.



а. Ако учениците сакаат нивните зајаци да имаат што е можно повеќе простор, по колку метри би имала секоја страна на кафезот?

б. Колкава би била секоја од страните на кафезот ако тие имаат само 6 m^2, мрежа за ограда?

в. Како би го одредиле кафезот со најмногу простор за која било должина на мрежата за ограда?

г. Опишете ја вашата работа така што, ако некој друг ја прочита, да може и да ја разбере.

– *ги дели учениците во мали групи и бара тие веднаш да започанат со работа.*

– *им кажува на учениците дека имаат цел час за работа на оваа задача и ги потсетува дека, како и обично тие можат тивко да се послужат со се што им е потребно да ја завршат задачата.*

За разлика од учениците во првото сценарио, овие ученици мораат да направат повеќе од примена на формула за да бидат успешни. Тие мора да најдат начин за да создадат и систематски тестираат различни модели на кафези со цел да одредат која правоаголна форма ќе обезбеди најголема површина за сместување на зајаци, со дадена ограда долга 8 (а подоцна 6) метри. Тие исто така, треба да се ангажираат во процесот на математичка генерализација сфаќајќи како да ја максимизираат површината за било која ограда. Барајќи од нив да ја опишат својата работа на начин на кој некој друг би можел да ја разбере, задачата воедно бара учениците да научат да го објаснуваат своето размислување и расудување.

– *за време на часот наставникот се движи меѓу групите поставувајќи прашање и во некои случаи дава насоки за тоа како да продолжат, но никогаш не им покажува на учениците како прецизно да го решат проблемот.*

Како што часот наближува кон крајот, ниту една од групите ја нема завршено задачата. Но, некои од нив започнале со систематско поставување на различни модели на кафези, други се на добар пат да откријат дека квадратот ќе покрие најголема површина за која било дадена количина ограда. Сите ученици се заинтересирани и ангажирани во задачата и активно зборуваат со своите партнери за тоа како да го образложат, организраат и одбранат своето размислување.

Коментар:

Задачата со поставувањето ограда е различна од задачите кои учениците во предметната настава вообичаено ги среќаваат на часовите по математика. Учениците ретко се соочуваат со вакви задачи и, за разлика од учениците опишани во претходното сценарио, најверојатно нема да одговорат на начинот на размислување и расудување кој е очекуван. Во некои случаи, учениците може да го притискаат наставникот за да им го реши проблемот или пак да им понуди јасен пат до решението. Во други случаи, учениците би се фокусирале на надворешни аспекти на проблемот како што се големина на зајаците, големината на просторота кој ќе им треба, и цената на чинење на оградата. Некои други ученици можеби сосем би „застраниле" од математиката, правејќи цртежи на зајаци и кафези.

Начинот на размислување што се бараше од овие ученици е сосема поинаков од оној што се бараше во првиот модел.

Две работи се значајни:

- задачите имаат различни когнитивни барања[2] – односно, различни задачи за да се решат бараат од ученикот различни нивоа и видови на размислување.
- когнитивното барања на задачата може да се промени во текот на лекцијата. Задачата која започнува предизивикувачки, каква што е задачата за поставување ограда, може да не го предизвика очекуваното ниво на размислување и расудување откако ученикот ќе започне да работи на неа. Затоа, добро е ако секогаш сме подготвени да го го промениме когнитивното барање. Но тогаш ќе земеме предвид дека учењето на ученикот не е такво какво што бара поставената задача, т.е. тоа е адекватно на променетото (новото) когнитивно барање на задачата.

(Преминете на Активност 2 - во прилогот)

[2] **Когнитивно барање** е видот и нивото на размислување кое се бара од ученикот, со цел тој успешно да се ангажира при решавањето на задачата.

Коментар:

Следната рамка на математички задачи го претставува развивањето на задачата за време на часот. Во оваа рамка задачата поминува низ следните фази:

фаза 1: задачата е онаква како што е зададена (во учебникот, збирката, работните листови,...) или како што е креирана од наставникот:

фаза 2: задачата е условно изменета, т.е. е онаква како што е поставена или зададена од наставникот во училницата

фаза 3: конечно, задачата е пак условно изменета, т.е. е онаква како што е понудена на учениците да ја работата со сите појаснувања, дополнувања и прилагодувања на можностите на учениците.

Сите овие, а особено третата фаза (т.е. имплементацијата) дефинираат **што всушност учат учениците**.

Фаза 1
ЗАДАЧАТА
каква што е во учебникот или во збирката задачи
→
Фаза 2
ЗАДАЧАТА
каква што е поставена (зададена) од наставникот
→
Фаза 3
ЗАДАЧАТА
што ја работат учениците
→
УЧЕЊЕ НА УЧЕНИЦИТЕ

Рамка за текот на менување на математичката задача

Во САД, во периодот 1995 – 1999 г. е спроведен проектот КВАЗАР, од страна на Силвер, Смит и Нелсон за учењето и поучувањето математика и е дојдено до следните два наоди:

(1) математичките задачи со високо ниво на когнитивни барања се најтешки за спроведување, и тие често, во текот на часот, се трансформираат од страна на наставникот во задачи со помали барања; но, од друга страна

(2) учењето кај учениците е најголемо онаму каде задачите постојано поттикнуваа високо ниво на размислување и расудување, а најмало онаму каде што задачите се најчесто процедурални.

Едно искуство на наставниците од проектот Квазар

Наставниците го прифаќаат начинот на кој се карактеризираат математичките задачи (т.е. според нивните когнитивни барања) и начинот на кој задачата се развива во текот на лекцијата (т.е. фазите на задачата, како што се прикажани во горната рамка).

Откако наставниците ќе ја научат рамката, започнуваат да ја користат како алатка за проверка на својата работа и како заеднички јазик за дискутирање на наставата со своите колеги. Фактот што наставниците се препознават во оваа рамка ја наметна идејата и потребата од **создавање алатки** кои ќе им помогнат на наставниците и менторите за да ја да ја подобрат својата работа.

(Преминете на Активност 3 - во прилогот)

Тема 2

АНАЛИЗА НА ЗАДАЧИ ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

2.1

АНАЛИЗА НА ЗАДАЧИ ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Задачите во наставата по математика може да се разгледуваат од различ–ни аспекти:

- според бројот и начинот на поставувања,
- според подрачјата (областите) од кои се избрани,
- според начините на кои можат да бидат решени,
- според комуникацијата на ученикот...

Овде ќе разгледуваме задачи во наставата по математика од аспект на нив–ните **когнитивни барања**.

Ќе опишеме еден **метод за анализа на когнитивните барања на задачите**, онакви како што тие се дадени во наставните материјали (т.е. првата фаза од следната рамка)

За разлика од остатокот од рамката, која го опишува развојот на задачата *за време на реализација на лекцијата*, првата фаза од рамката се фокусира на задачата пред почетокот на лекцијата, односно, онаква каква што се појавува во печатена форма, каква што е во учебникот, или онаква каква што е создадена од наставникот.

Зошто се толку важни когнитивните барања на задачата?

Можностите за учење, не се создаваат со едноставно делење на учениците во групи, со ставање на инструменти на нивната работна маса или со употреба на калкулатор. Напротив, станува збор на нивото и видот на размислувањето во кои се ангажира ученикот, а тоа, пак, одредува што тој ќе го научи.

Задачите што бараат ученикот да употреби запаметена постапка на рутински начин, водат кон едно (пониско) ниво на можности за размис-лување на ученикот.

Задачите што бараат ученикот да се ангажира со постапки (алгоритми) и го стимулираат да врши логично поврзува-ње со одредено значење или да доаѓа до релевантни математички идеи - водат кон поинакво (повисоко) ниво на можности за размислување на ученикот.

Бидејќи задачите со кои ученикот се ангажира на часот ја прават основата на неговите можности за учење математика, важно е да знаеме: **кои се целите на учењето на ученикот?**

Откако тие ќе бидат јасно дефинирани, може да се изберат или креираат задачи кои одговараат, односно задачи кои ќе помогнат за постигнување на тие цели.

Во ова прилагодување главно е да бидеме свесни за когнитивните барања на задачите.

Пример:

Ако наставникот сака ученикот да научи како да ги оправда или објасни своите постапки при решавањето, тој треба да одбере задача која е доволно длабока и богата, која дозволува такви можности. Ако, пак, примарните цели на учењето се брзината и точноста, ќе бидат потребни друг вид задачи.

Во ова поглавје, читателот ќе научи како да направи разлика меѓу разните нивоа на когнитивни барања на задачите, поставувајќи основа за повнимателно поврзување на задачите кои наставникот ги избира за часот и дефинираните цели за учење.

Според Блумовата таксономија, глаголите кои се иманентни на соодветната карактеристика на знаење (познавање, разбирање, примена, анализа, синтеза и оценка (евалвација)) се користат при формулирање на задачите, а со тоа се претпоставува кое е нивото на задачата. Но, често пати употребениот глагол не е адекватен на когнитивните барања на задачата, односно сакаме да укажеме дека при одредувањето на нивото на задачата не е доволно само правилното сфакање на глаголите за тоа на која карактеристика на знаење се однесуваат.

2.2 ВИДОВИ ЗАДАЧИ СПОРЕД КОГНИТИВНИТЕ НИВОА НА БАРАЊА

Во овој дел од прирачникот ќе ги разгледаме задачите по математика од аспект на нивните когнитивни барања.

Кога ќе се рече когнитивно барање се мисли на нивото на размислување кое се бара од ученикот за тој успешно да ја реши математичката задача дадена во учебникот, работните листови, збирката задачи – во првата фаза од Рамката за математички задачи.

Задачите се средство за поттикнување на размислување со различна сложеност, а тоа значи со задачите избрани од наставниот материјал од учениците се бара да: помнат конкретни поими; интегрираат шеми, графикони, дијаграми; користат поими и принципи во нови ситуации; анализираат податоци и синтетизираат идеи; проценуваат соодветност на заклучоците со постојните податоци добиени со содржината додека таа се развива на наставниот час. Затоа, задачите може да се категоризираат според нивните когнитивни барања.

Се наметнува прашањето: *Зошто е потребно да се разгледуваат задачите од аспект на нивните когнитивни барања?*

Одговорот е следен: што учениците ќе научат не одредува само начинот на организација и активностите на часот, условите за работа, туку и *нивото и видот на размислување во кои ќе се ангажираат учениците*. Доколку се води сметка избраните задачи да нудат различни нивоа и видови на размислување, тогаш кумулативниот ефект на искуствата на учениците со такви задачи ќе води кон имплицитен развој на идеи за природата и значењето на математиката.

Задачите од когнитивната област, што ги поставуваат наставниците зависат и од многу фактори:

- во кој контекст тие се поставуваат,
- афективните околности на ученикот (желба, мотивација, афинитет кон предметот...),
- интерперсоналните околности во паралелката (релациите меѓу одделните ученици во паралелката),
- пошироките информации за предмет (наставни цели, цели на програмата...)
- претпоставките за нивните предзнаења.

Се разбира, задачите што се поставуваат на час можат да бидат преформулирани, ревидирани или прочистени. Токму затоа, наставниците треба да ги проверуваат не само когнитивните способности на учениците, туку и нивното јазично искажување. Сфаќајќи ја когнитивната комплетност на задачите што ги поставуваат тие, ќе можат подобро да им помогнат на учениците и да ги задоволат современите барања и потреби за подобар квалитет во нивното образование.

При изборот на задачите наставникот треба да ги почитува следните пред–услови:

- задачите да произлегуваат од целите на темите дадени во програмата за соодветното одделение;
- да го насочуваат вниманието на ученикот кон проблем кој претставува систем од комплексни задачи;
- да ја поттикнат творечката фантазија на учениците;
- да ги наведат учениците да поставуваат прашања:
- да создаваат интерес за сознавање на нови содржини;
- да поттикнува истражувачка љубопитност.

2.3

ДЕФИНИРАЊЕ НА НИВОАТА НА КОГНИТИВНО БАРАЊЕ НА ЗАДАЧИТЕ ПО МАТЕМАТИКА

Задачите по математика може да се класифицираат во четири нивоа на когнитивни барања и тоа:

Задачи за меморирање

Задачи за меморирање – се задачи со кои од ученикот се бара запомнување и репродукција на изучениот материјал. Може да станува збор за различни видови содржини од конкретни факти до целосни теории. Општ белег на ова ниво е сеќавање за соодветните податоци. Со задачите во оваа ниво се бара ученикот да ги идентификува или лоцира информациите, односно да препознава детали, главни идеи, редослед, споредување, причинско–последични врски, карактеристични особини и сл. Одговорите на ова ниво прашања најчесто се наоѓаат во текстот. Со нив само се бара учениците да го репродуцираат она што веќе било кажано.

Задачи од меморирање

1. Дефинирај висина на триаголник.

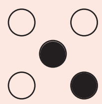
Од ученикот се бара претходно научена дефиниција. Не се бара никакво разбирање.

2. Формулата за пресметување плоштина на цилиндар со радиус на основата r и висина H е:

а) $P=4\pi r^2$
б) $P=4\pi r^2+\eth H^2$
в) $P=2\pi r^2+ 2\pi H^2$
г) $P=2\pi r(r+H)$

Оваа задача бара од ученикот да препознае претходно запомнета формула. Нема постапка на решавање

3. На цртежот се пет кругови. Колкав дел од нив се црни кругови?



Со оваа задача се бара од ученикот запомнување на еквивалентна форма на запишување на дел од една целина.

Истражувањата покажуваат дека учениците кои вложуваат голем труд за совладување на содржините на ова ниво, сметаат дека токму тие задачи претставуваат предизвик и закана, како и најмногу ќе бидат вреднувани нивните знаења.

Задачи со процедури без поврзување

Задачи со процедури без поврзување – се алгоритмични. Со овие задачи од ученикот се бара: користење на постапка, која е конкретно побарана (на пример: да собери дропки, дропка да запиши до децимален број и сл); користење на постапката за која се дадени предходни инструкции од наставникот (на пример: со примена на првиот признак за складност на триаголник, користејќи ги равенствата на соодветните елементи на следниот цртеж утврди ја складноста на дадените парови триаголници и сл.) или користење на постапка, која од поставеноста на задачата може да се види дека предходно е користена.

1. Пресметај 75 % од 500.

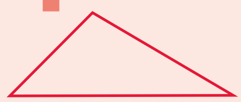
Задачата бара користење постапка за пресметување на процентен износ. Користењето на постапка е очигледно од предходно искуство.

Задача од процедури без поврзување

2. Дали постои триаголник со агли:
а) 90°, 30°, 80°
б) 20°, 60°, 100°

Задачата бара користење на алгоритам, фокусирана е на точниот одговор, но не се бара објаснување со подлабоко значење.

3. Конструирај ги симетралите на страните на триаголникот ABC.



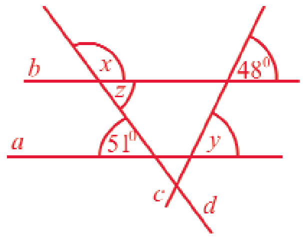
Задачата бара користење постапка за конструирање симетрала на отсечка. Значи, користи постапка од предходно искуство.

Задачи со процедури со поврзување

Задачи со процедури со поврзување – на учениците им нудат можност да решаваат проблеми или подлабоко да испитуваат логички проблеми кои ги среќаваат кога читаат или кога учат. Оваа категорија на задачи означува умешност да се искористи изучениот материјал во конкретни услови и нови ситуации. Тука спаѓа примената на правила, методи, поими, закони, принципи и теории. Соодветните резултати во наставата бараат повисоко ниво на владеење со материјалот, отколку задачите со процедури без поврзување. Една од целите на наставата е и оспособувањето на учениците да го применуваат наученото знаење од математика во разни ситуации кои се различни од оние во кои тоа знаење е научено. Блум вели дека сфаќањето на некоја апстракција се уште не е и гаранција за нејзината правилна примена. За тоа е потребно учениците и посебно да се обучуваат и да се оспоеобат, односно да се здобијат со вештина за поврзување на знаењето, односно употреба на апстракции во одредени конкретни ситуации.

Кога станува збор за поврзување на знаењата, треба да се има предвид дека за ученикот секогаш тоа треба да бидат нови ситуации. Во спротивно не би можело да се говори за задачи со процедури со поврзување, туку само како за задачи од меморирање или задачи со процедури без поврзување.

1. На црт. 1 правата a b, правите c и b образуваат агол од 48^0, а правите d и a образуваат агол од 51^0. Определи ги аглите кои на цртежот се означени со x, y и z.



Во задачата барањата се претставени со цртеж. Од ученикот се очекува поврзување на неговите знаења со цртежот, т.е. читање податоци од цртеж.

Задача од процедури со поврзување

2. Разложи го на множители полиномот:

$1-x^2-2xy-y^2$

Задачата бара одредено ниво на когнитивен напор. Иако процедурите може да се следат, но неможе да се следат без размислување.

3. Таткото на Томе правел гаража со должина 5 m и ширина 2,5 m. Во последен момент одлучил да ја намали должината за 18 % од почетната, а да ја зголеми ширината за 12% од почетната. За колку ќе се промени плоштината?

Со оваа задача вниманието е насочено на користење постапки со цел развивање на подлабоко ниво на размислување на математички поими и идеи.

Задачите од практикување математика

Во **задачите од практикување математика** се бара:

- умешност да се расчлени материјалот на составни делови, така што јасно ќе се истакне неговата структура. Тука спаѓа расчленувањето на целината на делови, откривање на заемната врска меѓу нив и осознавање на принципите на организација на целината.
- умешност во комбинирање на елементите за да се добие целина. Таков нов продукт може да биде план на дејствување или севкупност на обопштени врски (шеми за споредување на постојните информации).
- умешност да се процени значењето на некој материјал за конкретната цел. Расудувањата на ученикот треба да се базира на јасни критериуми. Критериумите можат да бидат како внатрешни (структурни, логички), така и надворешни (според набележаната цел). Критериумите можат да се определат од самите ученици или да им се наметнуваат однадвор (на пр. од наставникот).

Го охрабруваат креативното разрешување на проблеми со користење оригинално размислување. Додека со задачите со процедури со поврзување од учениците се бара да разрешуваат проблеми врз основа на расположиви информации, со задачите од практикување математика на учениците им се дава можност врз проблемот да го применат целиот опсег на своето знаење и искуство, за да дојдат до оригинално решение. Една од целите на наставата е и оспособувањето на учениците да го применуваат наученото знаење во разни ситуации во својот секојдневен живот, но кои ее различни од оние во кои тоа знаење е научено.

1. Еден брод плови по течението на водата на реката со брзина 65 km/h, спроти течението на реката со 45 km/h. Колкава е брзината на бродот и брзината на водата во реката.

Бара користење на соодветни знаења и нивна примена.

Задача од практикување математика

2. Греда од ела има должина 7 м. На краевите има форма на квадрат со раб 20 cm. Колку кубни метри има гредата?

Бара од учениците да ја анализираат задачата и соодветно да ги искористат знаењата и искуствата во решавање на задачата.

3. Во такт, збирот на вредностите на нотите во еден такт е $\frac{3}{4}$. Дополни со нота или ноти на местото на прашалникот во секој такт:

Бара од учениците да ја испитаат иразберат природата на математичките поими (дропка), постапки-собирање и поврзат со поими од музичко образование.

(Преминете на Активност 4 - во прилогот)

2.4

ВОДИЧ ЗА АНАЛИЗА НА ЗАДАЧИ

Водичот за анализа на задачите (што е даден подолу) се состои од список на карактеристики на задачите на секое од нивоата на когнитивно барање, опишани претходно: меморирање, процедури без поврзување, процедури со поврзување и практикување математика. Овој водич може да служи како урнек за проценка (еден вид рубрика за оценување) кој нуди можност за „рангирање” на задачата врз основа на видот на размислување кое задачата го бара од учениците.

Кога се утврдува нивото на когнитивно барање на една математичка задача, важно е:

– вниманието да не ни го оттргнат непотребните каректеристики на задачата и

– предвид да се имаат учениците за кои е наменета задачата.

БАРАЊА ОД ПОНИСКО НИВО	
Задачи за меморирање	**Задачи со процедури без поврзување**
❐ Вклучуваат или бараат репродукција на претходно научени факти, правила, формули или дефиниции ИЛИ меморирање на факти, правила, формули или дефиниции ❐ Неможат да бидат решени со примена на постапки, бидејќи не постои постапка или пак времето кое е на располагање е премногу кратко за да се примени постапка ❐ Многу се јасни – ваквите задачи бараат прецизна репродукција на претходно виден материјал и она што треба да се репродуцира е јасно наведено ❐ Не се поврзани со концептите или значењето зад фактите, правилата или дефинициите кои се учат или репродуцираат.	❐ Алгоритмични се ❐ Користењето постапка е или конкретно побарано, или нејзиното користење е очигледно поради претходните инструкции, искуството или поставеноста на задачата ❐ Поставуваат ограничено когнитивно барање за успешно завршување. Има малку нејаснотии околу тоа што и како треба да се направи. ❐ Не се поврзани со поимите или значењето на кои се базира процедурата која се користи ❐ Се фокусираат на давање на точните одговори наместо на развивање на математичкото разбирање. ❐ Не бараат објаснувања или се даваат објаснувања кои се поврзани единствено со процедурата која треба да се искористи

БАРАЊА ОД ПОВИСОКО НИВО	
Задачи со процедури со поврзување	**Задачи од практикување математика**
❐ Вниманието на учениците го фокусираат на користење постапки со цел развивање на подлабоки нивоа за разбирање на математички концепти и идеи ❐ Сугерираат дадени насоки за следење (експлицитно или имплицитно) кои се пошироки – општи постапки такви што се тесно поврзани со главните концептуални идеи, за разлика од построгите алгоритми кои, пак, се по нејасни во поглед на концептите во задачата ❐ Вообичаено се претставуваат на различни начини (визуелни дијаграми, помагала, симболи, проблемски ситуации). Поставувањето на врските меѓу различните претставувања помага во развивањето на значењето ❐ Бараат одредено ниво на когнитивен напор. Иако општите процедури може да се следат, тие не може да се следат без размислување. Ученикот треба да се ангажира со концептуалните идеи кои се зад постапките за да може успешно да ја заврши задачата и за да развие разбирање.	❐ Бараат комплексно и неалгоритамско размислување (пр., не постои предвидлив, добро извежбан пристап или насока која е експлицитно дадена со задачата, инструкциите за задачата или изработен пример) ❐ Бараат од ученикот да ја испита и разбере природата на математичките концепти, процеси или односи ❐ Бараат само–следење и само–регулирање на когнитивните процеси ❐ Бараат користење на соодветно знаење или искуства и нивноа правилна примена во работењето на задачата ❐ Бараат од ученикот да ја анализира задачата и активно да ги испита ограничувањата на задачата кои можат да ги попречат можните стратегии и решенија ❐ Бараат значителен когнитивен напор и можат да предизвикаат одредено ниво на напнатост кај ученикот поради непредвидливата природа на процесот за доаѓање до решението

(Преминете на Активност 5 - во прилогот)

2.5

НАВЛЕГУВАЊЕ ВО НЕБИТНИ КАРАКТЕРИСТИКИ

Утврдувањето на нивото на когнитивно барање на некоја задача понекогаш може да биде проблематично, бидејќи некои небитни карактеристики на задачите можат да не одведат во непотребна насока. Некои задачи од ниско ниво, може да изгледаат како да се од високо ниво кога имаат воочливи карактеристики како:

- барањето за користење помагала;
- користењето содржина од реалниот свет;
- задачите кои вклучуваат повеќе чекори, активности, судови;
- користење на дијаграми.

Пример 1:

Задачата *Марта и теписонот* (Марта сака да го смени теписонот во својата спална која е долга 15 стапки (1 стапка ≈ 30,5 cm), а широка 10 стапки. Колку квадратни стапки ќе треба да купи Марта?) некој ќе ја класифицира како задача од високо ниво, бидејќи таа е текстуална задача и е поставена во контекст на реалниот свет. Слично на ова, често користената задача со дропки во која се бара од учениците да ја најдат сумата на две дропки со различни именители а потоа да го прикажат одговорот користејќи со „дробни ленти“, се класифицира како задача од високо ниво бидејќи бара користење помагала.

Сепак ние би ги класификувале овие две задачи како задачи од ниско ниво заради високиот степен на увежбаност на постапките за решавање на задачата „*Марта и теписонот*“, и директно користење на формулата за одредување на плоштината, додека пак за задачата со дропки – правилото за собирање дропки со различни именители е силно имплицитно истакнато во овој и слични проблеми. Во двата случаи, *задачите би се сметале за процедури без поврзување*, бидејќи постои само мала нејаснотија околу тоа што треба да се направи или како треба да се направи, не постојат врски со бараните концепти или значење и фокусот е ставен само на продуцирање на точниот одговор.

Исто така е можно и обратното, односно задачите да се класифицираат како задачи од ниско ниво кога тие всушност треба да се задачи од високо ниво.

Пример 2:

Задачата за лимонада – во која учениците треба да утврдат кој од два рецепти за лимонада е „полимонест”:

- рецептот А, кој се состои од две чаши концентрат од лимон и три чаши вода, или
- рецептот Б, кој се состои од три чаши концентрат од лимон и пет чаши вода.

Некои го сметаат за пример на задача на постапки без поврзување бидејќи „личи“ на стандарден проблем од учебник кој може да се реши со примена на правило или, пак, бидејќи му недостасуваат „реформски карактеристики“ (какви што се барање на објаснување или оправдување). Сепак, оваа задача ја опишавме како *практикување математика*, бидејќи не е предложен ниту еден приод за решавање на проблемот (ниту експлицитно ниту имплицитно). Конкретно, оваа задача бара учениците да споредат две ситуации и да утврдат кој рецепт има поголем сооднос на концентрат. За да го направат ова, учениците мора да ја разберат проблемската ситуација и да направат тесна врска со значењето на соодносот и со прашањето на кое се бара одговор. Така, иако задачите можат „да изгледаат“ како задачи од високо или ниско ниво, важно е да се погледне зад нивните површински/видливи карактеристики за да се утврди видот на размислување што е потребно при нивното решавање.

При одлучувањето околу нивото на когнитивни барања на задачата треба да се имаат предвид и учениците (нивната возраст, одделение, претходно знаење и искуства), како и нормите и очекувањата за работа во училница.

Пример 3:

Задача во која од учениците се бара да соберат пет двоцифрени броеви и да го објаснат процесот што го користеле, за ученик од петто или шесто одделение кој има пристап до калкулатор и/или увежбан алгоритам за собирање и за кого „објасни го процесот“ значи „кажи како го направи тоа“, задачата би била рутинска. Но, ако задачата се зададе на второ одделенец кој штотуку почнал да работи со двоцифрени броеви, кој има на располагање математички плочки, и/или за кого „објасни го процесот” значи дека треба да го објасни своето размислување, задачата може навистина да биде од високо ниво. Затоа, кога наставникот одбира или подготвува наставни задачи, мора предвид да ги земе сите овие фактори – со цел да се утврди до кој степен е веројатно дека задачата ќе понуди соодветно ниво на предизвик за учениците.

2.6 ДВА ПРИНЦИПИ ЗА НАСОЧУВАЊЕ НА УЧЕЊЕТО КОН ПОВИСОКО НИВО НА РАЗМИСЛУВАЊЕ

Прв принцип

Испрашувањето да го надминува нивото на основно помнење, односно испрашувањето треба да биде над репродуктивното ниво.

Со надминување на испрашување на ниво на репродукција наставникот покажува дека го цени размислувањето на учениците. Учениците стануваат свесни дека учењето на фактографски податоци е само еден вид на учење, и за да овој вид на знаење стане вредно, тоа треба да се интегрира, анализира и искористи со одредена цел.

Учениците исто така почнуваат да разбираат дека знаењето не е само она што било отпечатено на некоја страница, или нешто што може да се најде во зборовите на наставникот. Тие учат дека она што е во нивните глави исто така претставува вредно знаење. Тие почнуваат да разбираат дека знаењето претставува конструкција на идеи со смисла што лицето кое учи ја создава со интегрирање на нови идеи и концепти со претходно стекнатото знаење.

Важно е исто така да се прифати дека на децата од сите возрасти можат да им се поставуваат задачи од сите нивоа. Голем број наставници сметаат дека ваквото испрашување им одговара само на најстарите или на најдобрите ученици. Не е така затоа што развојна секвенца не претставуваат прашањата туку само одговорите на децата, т.е. само одговорите се одраз на развојните карактеристики. Деца во градинка, исто како и ученици во гимназија, можат и сакаат да одговорат на секој вид поставени прашања. Нивните одговори се разликуваат во сложеноста, но секое од нив, според своето ниво на развој, е способно да генерира соодветни одговори за сите видови прашања. Всушност, децата од секоја возраст рутински ги поставуваат овој вид прашања за своето опкружување. Тие се желни да ги постават и да одговорат на нив, но едноставно немаат можност тоа да го направат во училницата.

Она што е битно е дека учениците на своето учење треба да гледаат како на континуиран ток на идеи, информации и искуства, т.е. учењето никогаш да не преставува изолиран настан. Тоа секогаш да е содржано во животното искуство и историјатот на учењето на ученикот. Кога ќе презентираме некоја содржина, ние ќе мора да ги поттикнеме учениците да изградат нови врски и сфаќања. Ние мора исто така да им помогнеме да направат врски и надвор од содржината, со тоа што ќе ги поттикнеме да направат споредба на оваа содржина или текст со други, кои ги имале пред тоа. Исто така ние мораме да ги наведеме да ги разгледаат темите од содржината и да ги поврзат со слични теми од други содржини или со нивните животи, и да ги прашаме дали тие претходни искуства влијаат врз нивниот сегашен начин на размислување.

Втор принцип

Наставникот да има доследен план за развивање на ученичкото размислување и за водење на меѓуученичка комуникација.

Особено е важно кога наставниците почнуваат да развиваат план за обработување на некој текст или за некој друг вид на учење преку кој на учениците ќе им овозможат да се вклучат во различни мисловни процеси. Меѓутоа, планот треба да служи само како водич, бидејќи наставниците исто така треба да реагираат на текот на дискусијата во училницата, менувајќи ги прашањата кога тоа е потребно поради реакциите на учениците.

Постои уште едно многу битно прашање во врска со испрашувањето. Затоа што наставниците се секогаш тие што го започнуваат процесот на испрашување, учениците обично директно реагираат на наставникот. Тие внимателно го набљудуваат наставникот и повнимателно го слушаат она што тој го кажува отколку она што го кажуваат нивните соученици. Ако сакаме во училницата да оствариме дијалог тогаш ќе мора да го промениме овој вид на интеракции. Ако се промени однесувањето на наставникот ќе се промени и видот на интеракциите.

Прво што наставникот треба го смени е неговата улога на коментатор. Кога учениците зборуваат наставникот воглавно мисли дека треба секогаш тој да одговори. Кај овој модел се водат разговори слични на следниот: прво зборува наставникот, потоа ученикот **А**, потоа наставникот, потоа ученикот **Б**, наставникот, ученикот **В**, наставникот, ученикот **Г** итн.

Се додека наставникот го применува овој модел на интеракција, учениците никогаш нема да научат да разговараат едни со други. Секој ученик ќе води 1–1 дискусија со наставникот. Поефикасно е наставникот да ја моделира и да ја води дискусијата меѓу учениците, однодно прво да зборува ученикот **А**, потоа ученикот **Б**, потоа ученикот **В** итн. Наставникот јасно ќе треба да се вклучува, но како обичен учесник, а не како централна фигура.

Вториот вид на однесување на наставникот со кое се запазува овој вид на интеракција е кога тој има улога на доминантен оценувач. Вообичаено е во праксата кога ученикот ќе каже нешто, наставникот за тоа да даде свој суд. Притоа, наставникот реагира со фразите: „*Тоа не е точно*“ или „*Да, тоа е точно*“ или „*Може ли така?*“ и др. Наместо ова наставникот би можел да каже: „*Дали има некој друг нешто да каже?*“. Со вакво прашање се избегнува доминантното оценување, а учениците можат слободно да ги искажат своите идеи.

За наставниот час големо значење има говорот и прашањата од наставникот. Тој треба да зборува на литературен јазик, а прашањата што ги поставува треба да бидат конкретни и да ги поттикнуваат учениците на размислување. Прашањата треба да бидат повеќе од типот на: „*Зошто така мислиш*“, „*Како може*“ и сл., а помалку: „*Да видиме што ти знаеш*“, „*Што научи за денес*“, „*Кој знае да каже*“ и сл. Сугестивните прашања на кои учениците може да одговорат со „*Да*“ или „*Не*“ и испрашувањето на ученикот кој прв кренал рака за да одговори на поставеното прашање треба да се обегнува.

При планирањето исто така е важно да се определи каде треба да се запре со содржината за да се поставуваат прашања. Иако запирањата треба да настануваат природно; потребна е вежба за да можат да се идентификуваат овие места. Ова не е толку лесно како што изгледа, и треба да се внимава да се од–

берат точки на запирање со кои на учениците ќе им се овозможи да размислат за текстот и да дадат предвидувања за идните настани.

Едно важно прашање, кое треба да се има предвид после поставување на задачата во училница, е прашањето во врска со **потребното време на чекање за решавање на задачата**. Истражувањата покажуваат дека постои директна врска помеѓу времето што го чека наставникот откако ќе постави прашање и нивото на размислување кај ученикот. Овие истражувања укажуваат дека ако наставникот го продолжат времето на чекање нивото на размислување се зголемува, а со тоа се зголемува и бројот на ученици кои ќе реагираат. Логично е дека ако се поставуваат задачи со повисоко ниво на когнитивни барања, на учениците ќе им треба повеќе време за размислување.

Во фазата на решавање на задачата, важно е сите ученици да се поттикнат да учествуваат. За да се постигне ова, наставникот мора да ги прозива по име помалку отворените ученици, т.е. да не ја ориентира комуникацијата само кон учениците кои сакаат да одговараат на прашањата. Штом учениците ќе почнат да се навикнуваат на вистинска дискусија, каде што сите идеи се почитуваат и се сметаат за важни, и каде што не постои само еден точен одговор, тие ќе добијат желба да ги изразат своите мисли и да ги слушнат идеите на другите. Кога учениците ќе дојдат до ова ниво на заемно дејство во училницата, насочувањето на дискусијата во која сите учествуваат станува полесно за наставникот и поприродно за учениците.

Утврдувањето на нивото на когнитивно барање на некоја задача понекогаш може да биде проблематично, бидејќи некои небитни карактеристики на задачите можат да не одведат во непотребна насока. Некои задачи од ниско ниво, може да изгледаат како да се од високо ниво кога имаат воочливи карактеристики како:

- барањето за користење помагала;
- користењето содржина од реалниот свет;
- задачите кои вклучуваат повеќе чекори, активности, судови;
- користење на дијаграми.

(Преминете на Активност 6 - во прилогот)

Тема 3

ФАЗИ ЗА РАЗВОЈ НА МАТЕМАТИЧКИТЕ ЗАДАЧИ ЗА ВРЕМЕ НА ЧАСОТ

3.1 РАЗВОЈ НА ЗАДАЧИТЕ ЗА ВРЕМЕ НА НАСТАВНИОТ ЧАС

Сега ќе се задржиме на разбирање на комплексноста со која се среќаваме кога задачата ќе ја напушти печатената страница и ќе почне да се испреплетува со мислите и активностите на наставникот и учениците. Притоа, се настојува за време на часот да се користат задачи кои се класифицираат како задачи од високо ниво. Главната цел е да им се дадат на учениците зголемени можности за размислување, расудување, решавање на проблеми и математичка комуникација. Не може да се очекува учењето во училница да се продлабочува или да стане побогато ако учениците редовно, активно и продуктивно не се ангажираат со когнитивни предизвикувачки задачи.

Со воведување на задачите во училница може да се рече дека започнува нивниот живот. Математичките задачи со влегување во училница се испреплетуваат со наставните цели, намерите, активностите и интеракциите на наставникот и учениците. Затоа, на задачите нетреба да се гледа како на проблеми напишани во учебник, збирка или во подготовката на наставникот, туку и како активност во училница. Дефинирани како активности математичките задачи во наставниот процес стануваат поврзани и вклучени во поучувањето и учењето.

Со влегување на математичките задачи во училница започнуваат фазите на поставување и имплементација.

Фазата на поставување на задачата вклучува комуникација на наставникот со учениците во поглед на тоа што се очекува од нив да направат, како се очекува тие тоа да го направат и со кои ресурси/средства, материјали.

Поставувањето на задачата може да биде така што наставникот:

- ќе го насочи вниманието на учениците кон задачата напишана на табла (или во учебникот, збирката) за да започнат да ја решаваат, или
- ќе ги вклчи учениците во дискусија за тоа како треба да работат на проблемот, решавајќи пример и дискутирајќи за прифатливи начини на решавање.

Во фазата на поставување на задачата, наставникот може да ги измени когнитивните барања на задачата.

Фазата на имплементација на задачата започнува кога учениците ќе започнат со нејзино решавање и продолжува се додека наставникот и учениците не започнат нова задача. Како се решава задачата во училница за врема на фазата на имплементација влијаат наставникот и учениците. За време на оваа фаза, когнитивните барања на задачите од високо ниво можат лесно да се трансформираат во форми на размислување на учениците со пониско ниво на барање и тоа на различни начини.

Конечната судбина на задачите од високо ниво зависи од начинот и степенот до кој наставникот го поддржува размислувањето и расудувањето на учениците. Наставникот ќе го задржи високото ниво на барање на задачите ако тој постојано бара од учениците да дадат објаснување како тие размислуваат за решавањето на задачата. Но, ако ги брза учениците во текот на решавањето на задачата, без да им даде доволно време за размислување или насочувајќи ги кон решението на задачата, тогаш се намалува нивото на когнитивни барања на задачата.

3.2 ПОСТАВУВАЊЕ И РЕАЛИЗИРАЊЕ ЗАДАЧИ

Во студијата на поучување во четири училишта во предметната настава вклучени во проектот КВАЗАР се појавија одреден број случаи кои ги вклучуваа карактеристичните начини на кои задачите од високо ниво се развиваат за време на часот.

Фактори поврзани со опаѓање на когнитивните барања од високо ниво:

1. Проблематичните аспекти на задачата се рутинизираат (учениците упорно бараат од наставникот да ја намали комплексноста на задачата со посочување на експлицитни процедури или чекори; наставникот го презема размислувањето и резонирањето и им кажува на учениците како да го решат проблемот).
2. Наставникот го префрла акцентот од значење, концепти и разбирање, на прецизност и комплетност на одговорот.
3. Недоволно време е одвоено за справување со изискувачките аспекти на задачата или дозволено е премногу време, па учениците застрануваат во однесувања кои не се во врска со задачата.
4. Проблемите во училничкиот менаџмент попречуваат одржливост на ангажирањето во когнитивни активности од високо ниво.
5. Задачата не е соодветна за конкретната група ученици (пр., учениците не се вклучуваат во когнитивни активности од високо ниво поради недостаток на интерес, мотивација или потребно претходно знаење; очекувањата од задачата не се доволно јасни за да ги стават учениците во вистинскиот когнитивен простор).
6. Учениците не се сметаат за одговорни за производи или процеси од високо ниво (пр., иако е побарано од нив да го објаснат своето размислување, се прифаќаат и нејасни или неточни одговори; учениците добиле впечаток дека нивната работа нема да влезе во нивната оценка).

Фактори поврзани со одржувањето на когнитивните барања од високо ниво:

1. Поддржување на размислувањето и резонирањето на учениците.
2. На учениците им се обезбедени средства за следење на сопствениот напредок.
3. Наставникот или подобрите ученици моделираат изведба на високо ниво.
4. Прифатен притисок за оправдувања, објаснувања и/или значење по пат на распрашување, коментари и/или фидбек од страна на наставникот.

5. Задачите се надградуваат на претходното знаење на учениците.
6. Наставникот често прави концептуални поврзувања.
7. Доволно време за истражување (не премногу– не awмалку).

Случаи поврзани со одржување на когнитивните барања од високо ниво

Некои задачи кои беа поставени со цел да имаат високо ниво на когнитивни барања во поглед на размислувањето на учениците, беа реализирани на таков начин што учениците мислеа и резорнираа на комплексен и разумен начин.

На пример, еве што се случи во паралелката на г–ѓа Фокс кога учениците беа воведени во задачата за поставување ограда. Учениците започнаа опишувајќи избор на кафези кои би можеле да бидат изградени со 8 m^2 (1x8) ограда. Како што испробуваа различни форми, учениците сфатија дека треба да водат евиденција за формите кои веќе ги испробале. Ова ги доведе до моментот на конструирање табела во која ги внесуваа димензиите на секоја форма и нејзината плоштина. Со тек на времето барајќи шеми од многуте форми, учениците стигнаа до моментот кој се однесуваше на формата што ја дава најголемата плоштина, а потоа ја проверија таа идеја со различни огради (т.е. различна обиколка). За ова време г–ѓа Фокс се движеше меѓу групите и им поставуваше прашања, како на пример: „како знаете дека ги имате сите можни форми на кафези?“, „кој кафез има најмногу простор?“, „дали гледате некоја шема?“. Овие прашања ги доведоа учениците до воочување на потребата да ги организираат своите податоци, да направат претпоставка и да ја проверат.

Во нашите податоци, кога задачите се изведуваат на ваков начин, е евидентирано постоење голем број фактори на поддршка во средината / училницата. Овие фактори вклучуваат избор на задачи кои се надградуваат на претходното знаење на учениците, соодветна поддршка за размислувањето на ученикот од страна на наставникот (пр., помош во размислувањето на ученикот преку поставување прашања кои поттикнуваат размислување и кои ја зачувуваат комплексноста на задачата), прифатен притисок за објаснување и значење и Моделирање на размислување и расудување од високо ниво од страна на наставникот или од подготвените, поспособните соученици. Други задачи кои беа поставени за да понудат повисоко ниво на когнитивни барања во однос на размислувањето на учениците, покажуваа опаѓање во поглед на тоа како учениците всушност ги разработуваат. Кога когнитивните барање на задачите опаѓаат за време на имплементација, се чини дека во опкружувањето во училницата функционираат поинакви фактори. Овие фактори вклучуваат различни услови, активности и норми поврзани со наставникот, ученикот и самата задача. Задачите кои опаѓаа во фазата на имплементација во принцип се трансформираа во една од формите на когнитивна активност на учениците опишани подолу.

Случаи на опаѓање на когнитивните барања кон процедури без поврзување

Наместо длабоко и значајно ангажирање со математика, учениците завршија користејќи приод кон задачата кој е повеќе процедурален, а честопати механички и плиток. Кај овој вид опаѓање, еден од факторите кој најчест се сре–

ќаваше беше „преземањето на контролата од страна на наставникот“ кој ги изведува предизвикувачките аспекти на задачите наместо тоа да го прават учениците.

На пример, откако г–ѓа Џонс им ја зададе задачата со поставување ограда на учениците, таа беше изненадена кога откри дека учениците не напредуваат – некои од учениците веќе застранија од задачата, а многу други се жалеа дека таа е премногу комликувана. Незнајќи како да започнат, учениците почнаа да ја молат за помош. Сакајќи и тие да се чувствуваат успешни и да останат ангажирани, г–ѓа Џонс им предочи на учениците дека проблемот вклучува определување на плоштината на сите правоаголници кои имаат обиколка 8 m. Таа им кажа на учениците дека треба да направат табела со сите можности, почнувајќи со 1x6, а потоа да ја најдат плоштината за секоја од нив и да ја користат формулата $P = a \cdot b$ (a – должина, b – ширина). Иако г–ѓа Џонс имаше добра намера (и разбирлива) кога таа им понуди на учениците постапка за решавање на проблемот можностите на учениците за математичко размислување беа значително намалени.

Задачите од високо ниво (како задачата со поставување оград) вообичаено се помалку структурирани, покомпликувани и подолги од задачите со кои учениците обично се ангажирани. Учениците честопати ги перцепираат овие видови задачи како нејасни и/или ризични бидејќи не е очигледно што е она што треба да го направат, како треба да го направат и како ќе биде оценета нивната работа. Со цел да се справат со нелагодноста заради ваквата неизвесност, учениците честопати бараат од наставниците овој вид задачи да ги направат поексплицитни разложувајќи ги во помали чекори, конкретно назначувајќи вистински процедури кои треба да се следат или решавајќи делови од задачата наместо нив. Кога наставникот ќе попушти пред таквите барања, предизвикот и развивањето смисла на задачата се редуцираат или елиминираат, а се губи можноста за развој на вештини на размислување, расудување и математичко разбирање.

Опаѓање кон несистематско истражување

Несистематското истражување се разликува од другите претходно дискутирани категории бидејќи не се користи за опишување на задачите онакви како што тие се јавуваат во наставните материјали или како што се поставени од наставникот. Тоа уште не беше поставено во оригиналната шема на истражувачите во КВАЗАР. Оваа категорија се појави во анализата како начин да се опишат некои задачи од *практикување математика*. При овој вид на опаѓање, учениците сериозно приоѓаа кон задачата и се обидуваа да изведат математички процеси како претпоставување, поврзување, барање шеми и модели, дискутирање и оправдување итн. Сепак, тие не успеаја да водат кон разбирање на важните математички идеи претставени во задачите.

Пример, да го разгледаме искуството на господин Чејнбер со задачата со поставување огради. Иако неговите ученици совесно работеа во текот на целиот час, тие се фокусираа на аспекти на проблемот (пр., колку се големи зајците, колку простор им треба на зајците, колку ќе чини оградата) кои не беа клучни за одговарање на поставените прашања. Иако размислувањето на учениците бара–

ше донесување одлуки и вклучуваше малку математика, не ги придвижи учениците кон воопштувањето: дека најголемата плоштина за константен периметар би бил квадрат – што е поенатата на задачата.

Во случаи како на г. Чејнбер, наставниците се обидуваа да ја одржат комплексноста на задачата; вообичаено не преземаа контрола и/или не ги поедноставуваа задачите премногу. Но, тие не го обезбедија видот и степенот на поддршка кој наставниците го даваат во случај кога се одржува когнитивна активност на високо ниво. На пример г–ѓа Фокс, во клучни моменти при истражувањето на учениците, нафрлаше чувствителни прашања такви кои поттикнуваа на размислување, а овде тие отсуствуваа. Друг фактор, кој се чини дека е поврзан со оваа шема беше отповеќето дозволено време за работа на задачата; без потребната подршка учениците залутаа неуспевајќи да напреднат кон математичко размислјување.

Опаѓање кон нематематичка активност

Во овие случаи, учениците честопати манифестираа различни однесувања кои не се во врска со задачата како што е отсутно играње со помагалата или зборување со своите партнери на теми далеку од математика. Ова често се случува кога задачата не е соодветно избрана според претходните искуства на учење на учениците и/или кога очекувањата не се доволно конкретни за да ги водат учениците кон соодветна математичка содржина. Друг фактор кој играше важна улога за овој тип опаѓање (во многу поголема мерка отколку кај другите видови опаѓања) беа проблемите со училничкиот менаџмент: односно учениците се движеа насекаде низ училницата, разговараа со пријателите за време на групната работа, или го нарушуваа часот барајќи различни материјали.

Задачите може да опаднат кон нематематичка активност и кога наставникот не го одржува вниманието кон математика. Во овие ситуации учениците се ангажирани во активност, но природата на активноста не е математичка.

На пример, кога г–ѓа Џексон ја користеше задачата за поставување ограда, таа побара од секоја група ученици да направи постер на голем хамер, на кој ќе ја прикажат својата работа на организиран начин. Вниманието на учениците веднаш зе насочи кон креирање постери како уметнички дела наместо постери како резултат на математичка активност. Тие изработуваа детални цртежи на зајаци и кафези и запишуваа наслови на своите дела со краснопис. Во оваа ситуација – наставникот не успеа да го задржи фокусот на математика, задоволувајќи се со повеќе афективни исходи како што е добрата сорабока на учениците.

(Преминете на Активност 7 - во прилогот)

Табела РАЗВОЈ НА ЗАДАЧИТЕ НА ЧАСОТ

Чести модели на поставување и спроведување на задачи и факторите со кои најчесто се поврзуваат. За секој од случаите, факторите се подредени од најчесто до најретко забележаните.

МОДЕЛИ Поставеност на задачата → Спроведување на задачата	Барања од високо ниво	Најчести фактори поврзани со одржување и опаѓање
Практикување математика → Практикување математика	Одржани	❒ Задачата се надградува на претходното знаење на учениците ❒ Поддршка ❒ Соодветно време ❒ Моделирана изведба на високо ниво ❒ Постојан притисок за објаснувања и значење
Практикување математика → Процедури без значајни поврзувања	Опаднати	❒ Предизвиците веќе не се проблеми ❒ Фокусот се префрла на точност на одговорот ❒ Премногу или премалку време
Практикување математика → Несистематско истражување	Опаднати	❒ Задачата е несоодветна за учениците ❒ Премногу или премалку време ❒ Предизвиците веќе не се проблеми
Практикување математика → Никаква математичка активност	Опаднати	❒ Задачата е несоодветна за учениците ❒ Проблеми со училничкиот менаџмент ❒ Премногу или премалку време
Процедури со поврзување → Процедури со поврзување	Одржани	❒ Задачата се надградува на претходното знаење на учениците ❒ Моделирана изведба на високо ниво ❒ Соодветно време ❒ Постојан притисок за објаснувања и значење ❒ Поддршка
Процедури со поврзување → Процедури без поврзување	Опаднати	❒ Предизвиците веќе не се проблеми ❒ Фокусот се префрла на точност на одговорот ❒ Задачата е несоодветна за учениците

Овие четири случаи – започнуваат со задача класифицирана како *практикување математика* – претставуваат подвид на најчестите шеми на поставување и спроведување задачи. Најзастапените шеми се дадени со табелата. Од табелата може да се види дека секој случај е поврзна со фактори во училницата кои влијаат на текот на развојот на задачата. Интересно е да се истакне дека, кога нивото на когнитивно барање се одржува, присутни се истите пет фактори. Сепак, кога задачите опаѓаат овие фактори варираат зависно од видот на опаѓањето.

Тема 4

СЛУЧАИ ЗА ПРОФЕСИОНАЛЕН РАЗВОЈ

4.1 СЛУЧАЈОТ НА РОН КЕСЕЛМАН

Рон Кеселман е искусен наставник кој бара многу од своите ученици. Пред да започне со кариерата на наставник тој работеше како инженер во голема корпорација. Иако беше сметан за успешен во својата работа, тој се чувствуваше неисполнет и така, на средината на својата кариера, го продолжи своето образование и заврши постдипломски студии за наставници. Изборот на предметот математика беше природен, имајќи го предвид неговото искуство и љубовта кон оваа дисциплина. Она што е интересно, е што неговата природна математичка способност се претвори во пречка откако започна да поучува во предметна настава. Рон се гордееше со себе дека не е од оној вид наставници кои презентраат бесмислени алгоритми. Сепак, откри дека неговите начини на размислување околу концепти и процедури имат многу малку врска со начините на кој седмоделенците размислуваат за нив. Честопати се фустрираше кога неговите ученици „не сфаќаа“ и ги обвинуваше учениците дека не внимаваат или дека не се трудат доволно.

На Рон му требаше долго време да сфати зошто има толку потешкотии да се поврзе со своите ученици. По неколку години поучување научи, не само да им зборува на своите ученици туку и да *ги слуша*. Ова му помогна да почне да сфаќа како учениците разбираат (или не разбираат) математика.

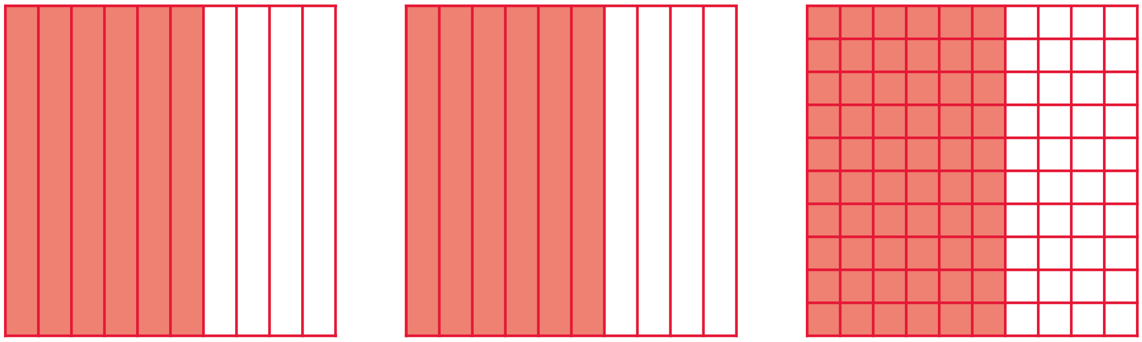
Минативе неколку години Рон поучува такашто во голема мера користи визуелни дијаграми. Тој смета дека, тој и неговите ученици почнуваат да комуницираат едни со други за важни математички концепти на начин кој има смисол, но понекогаш се грижи дека процедурите/постапките – тие прекрасни брзи и ефикасни начни да се стигне од точка А до точка Б – можеби се губат во процесот. Неговата битка во изминатата година, беше барањето рамнотежа меѓу охрабрувањето на развојот на концептуално разбирање и соодветно користење не ефикасни процедури.

Рон Кеселман зборува за своите часови

Моите седмооделенци и јас веќе неколку недели работиме со дропки и децимали, започавме изучувајќи ги традиционалните алгоритми за претворање (пр., 3/5 = 3 : 5 = 0,6), но потоа поминавме на „истражување“ на значењето на дропките и децималните броеви. Ова го правевме користеќи помагала и визуелни дијаграми за да се фокусираме на делови од целото и нивната жвредностж. На пример, „децимални квадрати“ поделени во десетинки и стотинки (види ја сликата што следи и еднаквоста на површините покриени со 3/5, 6/10, 0,6, 60/100 и 0,60.

Неодамна започнавме да работиме со проценти. Најголем дел од времето го поминавме истакнувајќи го значењето на процентот, користејќи разни помагала и визуелни дијаграми.

Двете паралалки седмооделенци со кои работам се наближуваат кон крајот на темата и јас бев нестрплив да почнеме да ја користиме целата нивна досегашна работа на рационални броеви. Тој ден, решив да им зададам на учениците активност со сите три претставувања – дропки, децимали и проценти – во исто време. Мојата цел беше учениците да ги разберат претставувањата на процент, децимален број, и дропка користејќи обоени делови од правоаголници. Конкретно, сакав учениците да користат визулени дијаграми за да ја утврдат нивната бројна вредност наместо да се потпираат на традиционалните алгоритми за претворање кои ги научивме на почеток на наставната единица. Се надевав дека ова ќе им помогне да развијат концептуално разбирање за секоја од овие форми на претставување делови од целото и врските меѓу нив.



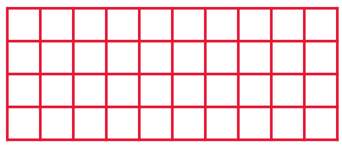
6/10 = 0,6   6/10 = 0,6 = 3/5   6/10 = 60/100 = 0,60

„Децимални квадрати" со кои се илустрира дека површините покриени со 3/5, 6/10, 0,6, 6/100 и 0,60 имаат иста плоштина

Планирав истата лекција да ја изведам со двете парaралелки, на вториот и на шестиот час. Вака, ја имав паузата за ручек за да размислам за она што ќе се случи на првиот од часовите и да направам прилагодување за наредниот врз основа на она што функционирало а што не. Двете паралелки се многу слични по својот состав и по начинот на кој реагираат на лекциите, па затоа оваа стратегија честопати добро функционира. (Понекогаш ја испробувам лекцијата и на паралелката од шестиот час за да не биде паралелката од вторит час секогаш лабораториско глувче)!

Паралелката од вториот час

Поставување



На почеток од часот зададов три проблеми и побарав од учениците да се фокусираат на првиот. Тоа е следниот:

Обој 6 од малите квадрати во дадениот правоаголник. Потоа, користејќи го дијаграмот објасни како може да се утврди следното:

а) процентот на обоената површина

б) децималниот дел на обоената површина

в) дробниот дел на обоената површина.

Очекував овој проблем да ги предизвика учениците бидејќи ова беше прв пат тие да работат на мрежа која не е 10x10. Ова требаше да ја зголеми сложеноста бидејќи десетинките или сототинките, на пример, не се веднаш видливи, туку треба да се воочат врз основа на разбирањето на односите меѓу делови.

Додека го дискутиравме проблемот, јас укажав дека очекувам од нив користејќи го дијаграмот тие да дојдат до одговорите на секој дел и дека постојат повеќе начини да се направи тоа. Во моите усни инструкции за учениците, јасно истакнав дека очекувам од нив да бидат подготвени да дадат објаснување и/или со дијаграм да илустрираат зошто сметаат дека нивните одговори имаат смисол. Им реков на учениците да работат на првиот проблем десетина минути во парови. Дека потоа ќе ги разгледаме заедно во паралелката, со презентирање од учениците за тоа како го користеле дијаграмот за да го решат проблемот.

Спроведување

Откако учениците започнаа со работа во парови, јас се движев низ училницата набљудувајќи го нивниот пристап кон проблемот. Сите ученици лесно ги обоија шесте квадрати. Првата потешкотија, која ја забележав, кај учениците беше нивниот неуспех да откријат колкав процент од целиот дијаграм се шесте обоени квадрати. Некои од нив задоволно напишаа 6%, незабележувајќи дека вкупниот број на квадрати не е 100 туку 40. Повеќето од нив сепак забележаа дека дијаграмот не е вообичаената мрежа 10x10, и дека 6% не би бил точниот одговор. Досега немавме учено стандарден алгоритам за пронаоѓање одговор на: „6 е x проценти од 40" и учениците беа несигурни за тоа како да продолжат. Ги оставив да се обидуваат некое време, но станував се повознемирен од застојот кој настана. Некои од учениците, фрустрирани од нивната неспособност брзо да го најдат одговорот започнаа да ме притискаат да им дадам алгоритам со кој би дошле до точниот резултат. Се двоумев, не сакав да им дадам на учениците готов метод за наоѓање процент (пр., 6/40 = x/100); сакав да го искористат дијаграмот, но не бев сигурен како да го направам тоа. Многу од учениците стануваа се повеќе вознемирени од нејаснотијата.

По една брза проценка на проблемот, забележав дека можеби ќе биде полесно да се почне со делот в) (колкав дробен дел од површината е обоен?). Посетувајќи ги паровите, им предлагав да започнат со дропката. Моите инстикти беа во право; повеќето ученици успешно го искористија правоаголникот за да сфатат дека шест обоени квадрати можат да се претставаат со дропката 6/40, која може да се скрати до 3/20. Она што се случи потоа, не беше во мојот план, но никако неможев да го запрам. Учениците возбудено забележаа дека можат да преминат на делот б) (колкав децимален дел од површината е обоен?) со едноставно делење на 3 со 20 и така најдоа одговор 0,15. Кога утврдија дека децималното претставување е 0,15 тие веднаш се поослужија со провериниот метод на придвижување на децималната запирака две места на десно за да го претворат децималниот број во проценти. Сега, тие веруваа дека го решиле проблемот и чекаа од мене да ги посетам нивните групи и да потвдам дека нивните пресметки се точни. Јас, од друга страна, не бев убеден дека го разбираат расудувањето зад претворањето кое го направија, ниту пак врската меѓу дропка/децимален број/процент и обоената површина на правоаголникот. Се чинеше дека воопшто не го користат дијаграмот, дури ни за да ја проверат разумноста на нивните одговори.

Веќе поминаа 15 минути од часот и ние требаше да продолжиме. Откога ги поминав сите маси и ги означив нивнте одговори со точно и неточно, им кажав на учениците дека е време да ги споделат своите одговори со целата паралелка и повикав еден од паровите, Џејна и Реј, да ги прикажат своите методи и одговори. Забележав дека Џејна и Реј направија грешка во пресметувањето и планирав да ги замолам да се навратат на дијаграмот за да ја проверат разумноста на своите одговори. Џејна и Реј имаа точен одговор на делот в): 3/20, но погрешно поделија и нивнот одговор на делот в) беше 0,015. Нивниот одговор на делот а) беше 1,5%. Откако ги прикажаа своите пресметувања и одговори, јас реков: „Погледнете го дијаграмот, дали ви изгледа дека само 1, 5% од правоаголникот е обоен?“ Пред тие да одговорат, некои од учениците почнаа да покажуваат на грешката во децималната запирка. Почувствував дека ни ова неможам да го игнорирам, па затоа направив брзо повторување на постапката за делење на децимални броеви. Кога точниот одговор од 0,15 беше пресметан, Џејна и Реј брзо го променија својот одговор во 15% и се вратија на своите места. На уценците им истакнав дека 15% секако е поразумна проценка на процентот на обоена површина отколку првиот одговор – 1,5%.

Иако веќе употребивме 20 минути само на овој проблем и ги прикажавме точните одговори на сите три дела, јас сеуште несакав да го оставам бидејќи сè уште имав чувство дека употребивме премногу време грижејќи се околу точноста на одговорите и процедурите а, недоволно време потрошивме за користење на дијаграмот како средство за расудување. Одлучив да ризикувам, да ги повикам Шарис и Кристл, единствените ученици во паралелката кои не користеа алгоритми за да го решат проблемот. Иако нивниот одговор не беше точен, тие барем се обидоа да расудуваат користрејќи го дијаграмот. Шарис и Кристл, почнаа со боење на 4 квадрати во првата колона и 2 квадрати во втората колона а потоа тврдеа дека се обоени 6% од квадратите. (Знаев дека нивниот одговор е неточен, но не бев сигурен што да направам за да тие повторно го разгледаат тоа. Додека јас размислував што да кажам, тие продолжија, желни да ја прикажат нивната работа на вториот дел од проблемот. За делот б), рекоа дека немаат конкретен одговор, но дека имаат идеја. Кристл покажа на правоаголникот и рече, „вкупно има десет колони што значи секоја колона е 10. Ако една од колоните е обоена тогаш одговорот би бил 0,1, а ако двете колони се обоени тогаш одговорот би бил 0,2. Така, одговорот би бил некаде на половина.“ Кога ги прашав како би пресметале или запишале 1/2 од 1/10 како децимален број, тие кренаа раменици. Во овој момент, се обратив кон паралелката и запрашав дали некој знае како да напише една половина од една десетина во децимали. Неколку од учениците понудија неточни одговори. Чувствувајќи притисок од времето, ја потсетив паралелката на тоа дека зборчето „од“ се претвора во знак за множење. Пишувајќи на таблата, објаснив, „1/2x1/10=1/20, кое може да се запише со еквивалентната дропка 5/100 или децималниот број 0,05.“ Продолжив со објаснувањето дека децималното претставување на 6 обоени квадрати би било 0,15 (1/10+5/100).

Го проверив часовникот и забележав дека поминале речиси 30 минути од нашиот 45 минутен час. Одлучив дека доволно време посветивме на овој проблем и дека учениците треба да започнат со работа на останатите два проблеми.

За време на паузата, размислував околу она што се случуваше во текот на вториот час. Имав време и да ги прегледам решенијата на учениците на зададените три проблеми. Повеќето од нив навистина ги имаа завршено сите три проблеми, Сепак, повеќето од учениците директно преминале на користење на алго–

ритми, со малку или воопшто докази дека обрнале внимание или го користеле дијаграмот. Повеќето од постапките кои беа користени беа погрешни; често беа и грешно изведени. На мое изненадување, бев помалку вознемирен од неуредната работа отколку од фактот дека многу од учениците очигледно не ја провериле разумноста на своите одговори.

Размислувајќи околу часот, утврдив дека целите кои ги поставив се остварливи и дека избрав и поставив добри задачи. Учениците, исто така, беа способни да го направат она што го барав, само ако работат поспоро и ако навистина размислуваат за она што го прават. Одлучив истото да го испробам со паралелката со која имам настава на шестиот час, но овој пат да не дозволам времето да ни диктира ритам на работа. Исто така, си ветив да не потпаднам под влијание на несигурноста на учениците околу тоа како да продолжат, само да успеам да најдам начин како да ги поддржам без да им кажам како да ја завршат работата...

Паралелката од шестиот час

Поставување

Задачата ја поставив на истиот начин како и со учениците од вториот час, повторно истакнувајќи дека треба да го користат дијаграмот за да дојдат до одговорите. И повторно, им ветив дека при оценувањето на нивните одговори, покрај точноста на решението, ќе ги земам предвид и квалитетот на објаснувањата и процесите на визуелно расудување.

Спроведување

Откога учениците започнаа со работа во парови, се движев низ училницата и ги набљудував нивните пристапи кон проблемот. Како и со учениците од вториот час, и овде главната тешкотија им беше да најдат колкав процент од целиот дијаграм зафаќаат шесте квадрати. Повторно, неколку ученици имаа запишано 6%, не забележувајќи дека вкупниот број на квадрати во дијаграмот е 40 а не 100. Сепак, повеќето од нив сфатија дека дијаграмот не е стандардна мрежа 10x10, и дека 6% не би бил вистинскиот одговор. И овде учениците немаа учено постапка за определување на: „6 е x проценти од 40“ и, повторно, учениците беа несигурни за тоа на кој начин да продолжат. Го задржав здивот – и ги оставив да се борат.

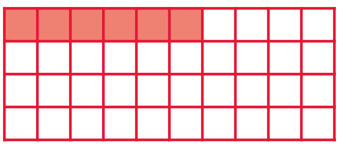
Не требаше да помине многу време за некои ученици да започнат да се жалат дека задачата е премногу тешка бидејќи немаат учено правила за доаѓање до точниот процент кога бројот на полиња не е 100. Како одговор, се обидов вниманието да им го насочам кон дијаграмот. Ги насочив внимателно да го разгледаат дијаграмот и да обрнат внимание на вкупниот број на полиња и на начинот на кој тие се организирани во редови и колони. – „Како можете да ја искористите оваа информација за да дојдете до бараниот процент?“, ги прашав. Ова ги прибра малку. Престанаа да ми бараат формула и можев да слушнам тивко зуење на дискусиите помеѓу партнерите разговарајќи за можностите и покажувајќи на дијаграмите.

Поминаа речиси 10 минути и веќе почнував да станувам нервозен. Повеќето од учениците сеуште ги немаа најдено точните вредности за процентот на обоените квадрати. Сепак забележав дека учениците се ангажирани околу задачата и некои од нив веќе водеа разговори со своите партнери. Присетувајќи се на она што си го ветив себе си, одлучив да им дадам уште неколку минути. Ги посетив паровите, и внимателно ги разгледав различните начини на кои учениците му приоѓаа на проблемот. Забележав дека оние ученици кои имаат најголем напредок забележаа дека секоја колона претставува 1/10 од правоаголникот и дека шесте квадрати би можеле да се сметаат како „пополнување“ на 1 цела и 1/2 колони. Ако една колона е 1/10 или 10% тогаш „1 цела и 1/2 колона“ според нив би била 15%.

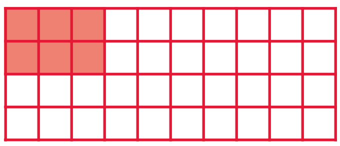
Учениците кои имаа најмногу проблеми работеа со правоаголници во кои обоените квадрати не беа во колони, туку беа обоено хоризонтално во редови, во правоаголници 2x3, или пак растурени низ правоаголникот. Ова им задаваше потешкотија за да го видат правоаголникот поделен на дестинки. Се обидов да им помогнам на овие ученици да најдат други начини да дојдат до процентот поставувајќи им прашања кои би ги насочиле да ја надградат конфигурацијата која тие ја имаа обоено.

Во секој од тие случаи јас им велев: „Размислете за ова! Како ова може да ви помогне да дојдете до бараниот процент?“ Потоа ги оставав да работат самите уште некое време.

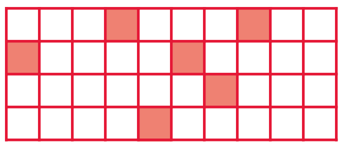
Веќе беа поминати околу 20 минути од часот и јас забележав дека повеќето ученици, во се имаа обидено да ги решат сите три дела од проблемот. Одлучив дека е време да се споделат начините на решавање и објаснувањата со целата паралелка. Ги повикав Џалиса и Рејчел на табла бидејќи тие му пријдоа на делот а) со стратегија која малкумина други ја користеа, стратегија која покажуваше извонредно размислување и расудување. Ги замолив да го објаснат своето резнорирање за делот а). Џалиса напиша „6X2, 5%“ на фолијата и потоа двете девојчиња тргнаа да се вратат на своите места. Реагирав брзо, и ги замолив да се вратат до проекторот и да ни дадат објаснување за нивниот метод и нивниот одговор. Рејчел објасни дека постојат 40 квадрати во дијаграмот а целиот дијаграм треба да претставува 100%, па тогаш секој мал квадрат би бил еднаков на 2,5%. Бидејќи има 6 обоени квадрати, тие имаат помножено 2,5 по 6 за да откријат кој процент е обоен. Ги запрашав останатите ученици дали имаат прашања кои би им ги поставиле на девојчињата околу нивниот метод на решавање.



Колкав процент е секој од редовите?



Колку слични групи обоени квадрати би можеле да се сместат во правоаголникот?



Колкав процент од целиот правоаголник е секој квадрат?

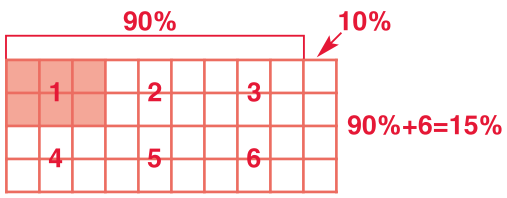
Прашања на наставникот кои се однесуваат на различните избори на 6 квадрати кои ги обоиле (Stein & Smith, 1998)

Откако Џалиса и Рејчел го објаснија нивниот метод согласно прашањата поставени од останатите ученици, помислив дека повеќето од учениците го разбраа нивиниот пристап. Ја искористив можноста создадена од оваа чувство: „си–

те сме на иста страна", за да ги поврзам стратегиите на расудување на овој пар со важната математичка идеја. Забележав дека девојките го започнаа своето објаснување велејќи дека правоаголникот е еднаков на 100%. Мајкл праша, „како може нешто што не е поделено на 100 парчиња да биде еднакво на 100%?" Дерик додаде, „велиш дека 100% е еднакво на 1? Јас мислев дека 100% е еднакво на 100!" Додека учениците ги кажуваа своите гледишта околу овие прашања ние се фокусиравме на важната идеја дека 100% = 1 = 1, 00. Во врска со тековниот проблем, забележавме дека 100% може да се искористи за да се означи целиот правоаголник, без оглед на бројот на делови на кои тој е поделен.

Иако поминаа веќе 30 минути од часот, како паралелка, ние имавме поминато само една стратегија за еден од деловите на проблемот. Решив да се задржиме на овој проблем уште малку и повикав втор пар ученици да дојдат до проекторот за да прикажат уште еден начин на доаѓање до процентот на обоени квадрати. Омар и Маркус имаа обоено шест квадрати во горниот лев агол на правоаголникот и продолжија да го бараат процентот. Тие ја објаснија својата постапка и објаснија зошто таа има смисол додека учениците од своите места слушаа а потоа поставија неколку нови прашања.

Преминувајќи на делот б), одлучив да ги повикам Тим и Даниел. Тие работеа доста посветено но сеуште немаа дојдено до точен одговор. Даниел започна покажувајќи на правоаголникот и велејќи: „вкупно има десет колони, што значи дека една колона е 1/10. Ако беше обоена една колона тогаш одговорот ќе беше 0,1, а ако две колони беа обоени тогаш одговорот ќе беше 0,2. Така одговорот – паѓа на половина." Кога ги запрашав како ќе најдат 1/2 од 1/10, тие не беа сигурни. Тука, им зададов два децимални квадрати и ги запрашав дали квадратите би можеле да им помогнат да сфатат колку би било 1/2 од 1/10. Користејќи го квадрат со стотинки, Тим расудуваше дека 1/10 е една колона од 10 мали квадрати (10 стотинки), 1/2 од 1/10, забележа тој, би биле 1/2 од колоната или 5 мали квадрати (5 стотинки). Навраќајќи се на почетниот дијаграм со 40 квадрати, Даниел додаде, дека една колона е 1/10 или 10 стотинки (иако имаше 4 квадрати!) и дека 1/2 од колоната сè уште би била половина од тоа (значи 1/2 од 10 стотинки) или 5 стотинки (иако има само 2 квадрати!). Момчињата заклучија дека нивниот одговор треба да биде 10 стотинки (0,10) + 5 стотинки (0,5) или вкупно 15 стотинки (0,15).



Дијаграмот прикажан од Омар и Маркус

Ни снема време! Иако потрошивме повеќе време отколку што планирав на првиот проблем, сметав дека е неопходно учениците да ги поставам на вистинска патека за да можат да ги совладаат останатите проблеми. Им реков на учениците, да ги решат останатите два проблеми како домашна задача и да напишат објаснувања за тоа како го користеле правоаголникот за да дојдат до своите одговори.

4.2 СЛУЧАЈОТ НА ТРИНА НЕРУДА

Трина Неруда предава математика во седмо и осмо одделение во големо урбано училиште кое е вклучено во неколку образовни реформски напори и проекти, меѓу кои и една иновативна програма по математика. Округот каде што е училиштето има најголем процент на ученици од шпанско говорно подрачје во целата држава кои имаат ограничено познавање од англиски јазик, и растечки број на ученици со азиско потекло кои, исто така, имаат ограничено познавање од англискиот јазик. На Трина ова и е втора година како предава математика. Таа има силни познавања од полето на математиката, а во својата претходна подготовка таа го поддржуваше и го прифати начинот на настава и наставна програма препорачан однационалните стандарди. Кога Трина почна со работа во ова училиште, беше воодушевена кога откри дека и е дозволена слобода да го користи она што го имаше научено во својата иницијална подготовка.

Една од работите кои Трина најмногу ги сака во својата работа е интеракцијата и соработката со колегите. Оваа година, Трина поголемиот дел од своето време работи со една од новите наставници, Урсула Херналдез. Исто како и Трина, Урсула зборува два јазици (шпански и англиски) и е цврсто ориентирана кон поучување и учење со разбирање. Ова и е на Урсула прва година како наставник по математика, но претходно има искуство со поучување општествени науки во предметна настава. Слично како Трина, Урсула е квалитетно подготвена за училнички менаџмент и има развиено добар однос со своите ученици. Урсула и Трина сакаат да соработуваат и честопати повикуваат наставник како замена за својот час, за да можат заемно да си ги набљудуваат часовите, по што редовно дискутираат.

Трина зборува за својот час

Минатата година навистина се фрустрирав бидејќи сметав дека моите ученици не ги разбираат поимите аритметичка средина, медијана, мода и ранг, ги мешаат и незнаат секогаш да ги пресметаат. Мислам дека причината за ова е дека едноставно им давав дефиниции, а и од нив барав дефинициите да ги применат на броеви. Овој приод не им дозволуваше на учениците да дадат какво било свое значење на мерките за централна тенденција. Оваа година, сакав да откријам начин да им ја презентирам темата така што ќе има повеќе значење за учениците, со цел да задржат повеќе информации по завршување на содржините. Цврсто верувам дека учениците разбираат повеќе кога самите конструираат или ги откриваат работите, па затоа барав начин да го направам тоа со оваа тема.

Оваа година, две од моите паралелки седмооделенци се целосно вклучени. Тоа значи дека поучувам заедно со наставник за посебно образование бидејќи во паралелките има одреден број ученици со посебни потреби. Во оваа паралелка поучувам задно со госпоѓа Едвардс. Таа и јас се сложуваме навистина добро и работиме напорно со цел сите ученици да не прифатат како тим од наставници. Учениците со посебни потреби се интегрирани во групите и ние двете веруваме дека е важно редовните ученици да не ги гледаат учениците со посебни потреби како различни од другите. Во оваа паралелка ми помага уште еден воз–

расен, кој главно работи со група виетнамски ученици кои најчесто комуницираат на француски или виетнамски јазик. Покрај виетнамските ученици имаме и други ученици во паралелката со различни нивоа на познавање од англискиот јазик. Бидејќи течно зборувам шпански ова навистина не е некој голем проблем за мене, сепак, главен јазик на наставата е англиски а јас го користам шпанскиот како подршака на учениците на кои им треба. Во паралелката има 41 ученик.

Г–ѓа Едвардс и јас заедно работевме на развој на групен проект за учени–ците во кој тие треба да го разберат значењето на аритметичката средина, медијана и ранг користејќи и истражувајќи неколку комплети податоци. Сакавме учениците да дојдат до свои заклучоци околу тоа како треба да се дефинираат аритметичката средина, медијана и ранг врз основа на своите истражувања на неколку комплети податоци. Заклучокот, или информираното нагаѓање, е многу важен математички процес и јас и госпоѓа Едвардс сметаме дека на нашите уче–ници им е потребно повеќе искуство со ова. Станува збор за пороцес на откри–вање при кој учениците ќе расудуваат врз основа на податоци. Воедно, учени–ците треба да имаат искуство со проверка на своите заклучоци и со убеденост во себе за валидноста на нивниот заклучок. Токму затоа, оваа лекција многу повеќе се однесува на развојот на процесите за математичко и логичко расуду–вање отколку за мерките за централна тенденција. Откако учениците ќе го раз–берат значењето на овие поими, се надеваме дека ќе бидат во состојба истите да ги применат на реални податоци. Начините за пресметување на мерките на централна тенденција природно произлегуваат од тоа како тие се дефинирани. Потребен ни беше и проект кој е доволно богат за да ангажира ученици со раз–лични нивоа на способности, вклучително и ученици со посебни потреби. Се на–девав дека се ќе биде во ред бидејќи Урсула требаше да набљудува, а потоа истото да го примени со својата паралелка.

Поставувањето на Трина

Г–ѓа Едвард и јас одлучивме да ја започнеме лекцијата со разговор со уче–ниците за природата на процесот на откривање со кој ќе се ангажираат во текот на овој проект. Сакавме учениците да ја гледаат активноста како процес на ба–рање шеми и водилки низ податоците за да дојдат до значењето на средината, медијана и ранг. Г–ѓа Едвардс ја почна лекцијата пишувајќи го зборот **откритие** на графофолијата. Јас ја преведов гласно на шпански. Таа побара од учениците да и кажат што овој збор им значи. Додека учениците даваа идеи таа ги запишу–ваше на фолијата:

– *да бараш нешто,*

– *богатство,*

– *да бараш злато,*

– *да го искористиш она што го знаеш за да откриеш нешто што незнаеш,*

– *информација*

Г–ѓа Едвардс го насочи вниманието кон последните две идеи. Им кажа на учениците дека треба да бараат водилки кога откриваат нешто и дека во мате–

матиката честопати тоа значи барање шеми или модели во информаиците кои ги имате и донесување заклучоци околу она што го гледате во податоците. Оваа вежба беше обид да им се помогне на учениците да ја разберат природата на она што ќе го прават за време на лекцијата. Дискусијата траеше околу 5 минути и господин Езото тивко им преведе поголем дел од неа на виетнамските ученици.

Потоа презедов јас, ја објаснив задачата и започнав со пишување на еден комплет броеви на таблата: 10, 14, 12, 10, 10, 16. Објаснив дека секоја група ученици ќе добие картичка со по еден комплет броеви како овие, заедно со аритметичката средина, медијана и ранг за секој комплет.

Го прикажав следниот пример за тоа што ќе содржи секоја картичка:

Користејќи ги податоците дадени подолу, формирајте заклучоци за значењето на поимите: аритметичка средина, медијана, мода и ранг	
Комплет А: 5, 12, 16, 10, 2 Ар. средина: 9 Медијана: 10 Мода: нема Ранг: 14	Комплет Д: 8, 6, 7, 6, 9, 10 Ар. средина: 8 Медијана: 8 Мода: 8 Ранг: 4
Комплет Б: 1, 2, 2, 6, 7, 18 Ар. средина: 6 Медијана: 4 Мода: 2 Ранг: 17	Комплет Ѓ: 8, 0, 5, 0, 12 Средина: 5 Медијана: 5 Мода: 0 Ранг: 4
Комплет В: 7, 6, 8, 10, 9, 11 Ар. средина: 8, 5 Медијана: 8, 5 Мода: нема Ранг: 5	Комплет Е: 6, 9, 9, 6, 8, 5, 9, 4 Ар. средина: 7 Медијана: 7 Мода: 9 Ранг: 5
Комплет Г: 1, 20, 5, 8, 1 Ар. средина: 7 Медијана: 5 Мода: 1 Ранг: 19	Комплет Ж: 3, 15, 21, 9, 18, 12 Ар. средина: 13 Медијана: 13, 5 Мода: нема Ранг: 18

Им кажав на учениците дека првата работа што треба да ја направат е, да ги разгледаат броевите. Пред да продолжам со своите инструкции, Џералдо помисли дека следно што треба да направи е да ги подреди броевите. Иако беше поминало доста време, очигледно некои од учениците се сеќаваа на минатите искуства на барање модели и шеми. Па така следејќи го Џералдо, и јас го подредив мојот комплет броеви од најмалиот до најголемиот и ги прашав учениците дали мислат дека можеби е полесно да се видат шемите/правилата на овој начин. Учениците се сложија дека овој начин на подредување на броевите би бил добар за увидување шеми. Објаснив дека има осум различни картички или комплети броеви и дека е важно за секоја од групите да ги запишат и исцртаат податоците од секој комплет со кој ќе работат за да може нивната картичка да премине во друга група, и тие да можат да добијат нова картичка (г–ѓа Едвардс, г. Езото и јас се грижевме картичките да циркулираат низ што е можно повеќе групи). Им реков на учениците дека треба да испитаат барем 4 различни комплети броеви, но дека би било добро да разгледаат колку е можно повеќе. Целта беше да се осигурам дека ќе разгледаат повеќе од еден или два комплети. Им реков на учениците дека ќе имаат две задачи. Прво, побарав од нив да направат график за секој комплет броеви и да ги забележат другите информации од картичката (бидејќи ќе имаат само еден комплет во еден момент); второ, им реков дека ќе треба да напишат заклучоци или „информирани нагаѓања“, за тоа што значат четирите термини/зборови, базирани на комплетите броеви на картичките кои ги прегледале. Уште еднаш ги потсетив дека треба да бараат водилки и шеми. Комплетите броеви се прикажани на сликата. Г–ѓа Едварс и јас намерно ги одбравме овие комплети за учениците да не генерализираат погрешен заклучок. На пример, некои комплети имаат парен број елементи а некои непарен; некои немаа повторени елементи, додека други имаа два или три повторени елементи. Ја замолив Урсула претходно да ги провери сите комплети за да се осигураме дека г–ѓа Едвардс и јас не сме поропуштиле нешто важно. Откога сите комплети беа поделени, им кажавме на учениците да почнат со работа. За оваа задача имаа на располагање 40 минути.

Спроведувањето на Трина

По пет минути почувствував дека учениците се збунети околу тоа што треба да прават. Г–ѓа Едвардс, г. Езото и јас се движевме низ училницата и им помагавме на учениците да почнат со својот прв комплет броеви. Како што групите завршуваа со една картичка, добиваа друга. Ги охрабрувавме групите да донесуваат заклучоци за својот прв комплет податоци а потоа да ги ревидираат заклучоците откога добиваа други комплети. Забележав дека некои од групите немаа добра идеја за тоа како да ги анализираат податоците и не беа многу сигурни што да напишат. По неколку минути, накратко ги прекинав во работата и побарав од две од групите да ги споделат со остатокот од паралелката своите рани заклучоци, а јас ги забележав на таблата. Групата на Марта го имаше овој комплет: 1, 1, 5, 8, 20. Како прв заклучок го запишаа следново: „рангот покажува колкаво е растојанието од најмалиот до најголемиот број; мода е она што се случува двапати; медијана е средниот број; атитметичката средина е во средина, но тоа не е средниот број.“ Прашав дали некоја група има поинаков прв заклучок за мода. Групата на Ригоберто го имаше комплетот 4, 5, 6, 6, 8, 9, 9, 9. Тие го имаа следниот заклучок: „мода е она што го има три пати.“ Ги запрашав тие две групи дали би сакале малку да ги ревидираат своите заклучоци. Риго рече, „можеби не е одреден број, можеби тоа е само оној кој најчесто се појавува.“ Му реков дека можеби треба да ја проверат таа идеја на друг комплет податоци. Повторно, важно беше за учениците да ги тестираат своите заклучоци и да ги преработат врз основа на примерите и контрапримерите најдени во податоците. Сето ова траеше околу 5–6 минути и се чинеше дека е од корист за другите групи кои претходно имаа потешкотии. Откога завршија со првите комплети броеви, се чинеше дека повеќето групи разбираат што треба да прават и започнаа да ги пишуваат своите заклучоци. Бев навистина возбудена гледајќи ги групите како ги разгледуваат своите графици и како напорно работат барајќи шеми за да дојдат до добри заклучоци.

Секако не беше секој ученик ангажиран во иста мера, но сепак сметам дека сите групи работеа на задачата и дека внимаваа еден на друг. Се чинеше дека повеќето ученици работат добро. На некои од учениците со посебни потреби им требаше подршка од г–ѓа Едвардс или мене, но се чинеше дека и тие се на добар пат. На пример, тие понекогаш не држеа чекор со остатокот од групата па затоа имаше потреба со нив да направиме преглед на тоа што групата направила до тогаш. Во други случаи тие имаа проблем со пишување (некои имаа сериозни проблеми со писменост) па затоа ние го запишувавме она што тие ни го диктираа. И другите членови од нивните групи се обидуваа да им помогнат на овие ученици. Г. Езото внимателно работеше со виетнамските ученици разместени во различни групи. Никогаш не сум сосем сигурна дали тој им кажува премногу или дали тие ја добиваат сета помош што им е потребна но поголем дел од времето едноставно неможам да се грижам за тоа. Јас течно зборувам шпански но не разбирам ниту збор виетнамски, а има уште 35 други ученици на кои им е потребно моето внимание. Г–ѓа Едвардс, г. Езото и јас продолживме да циркулираме од група до група поминувајќи од 1–5 минути со секоја од нив. Секаде каде забележав нов заклучок барав од учениците да објаснат зошто сметаат дека е точен. Навистина сакав да бидат во состојба да ми покажат доказ за тоа како дојдоа до заклучоците коистејќи се со комплетите податоци што им ги дадовме. Една група рече дека мода е „оној број кој го има најчесто“ тие објаснија дека во секој комплет кој го погледнале, мода бил бројот со највисока фреквенција. Ми рекоа дека е навистина лесно да се најде мода ако се погледне графикот што го нацртале за секој комплет бидејќи тој број го има највисокиот столб. Ги прашав дали секогаш постои највисок столб. Тие размислија за момент, се насмевнаа и рекоа, „досега!“. Ја оставив таа група со голема насмевка на моето лице. Ми беше мило дека расудуваат разгледувајќи ги сите комплети наместо да ги базираат своите идеи на еден единствен пример. Ова е важен математички процес кој учениците треба да го разберат.

Потоа, наидов на група која од почетокот имаше заклучок за медијана на следниов начин „на половина помеѓу двата средни броеви (кога ќе се подредат по големина).“ очигледно имаа комплет со парен број елементи. Ги замолив за пример. Тие се повикаа на 1, 2, 2, 6, 7, 18 и рекоа дека медијаната би била 4 бидејќи „таа е во средина меѓу 2 и 6 одземаш 2 од 6 и разликата е 4, а половина од тоа е 2, така што треба да биде 2 повеќе отколку 2 и 2 помалку отколку 6, тоа е 4. Тоа е точно во средина.“ Ги запрашав дали се сигурни дека ова ќе функционира за секој комплет броеви – им требаше време да ги проверат останатите комплети. Кога наидоа на комплет со непарен број елементи го преработија својот заклучок за тој да се однесува и за парен и за непарен број елементи. Ова е токму онаков вид процес на кој јас се надевав дека ќе се случи при разгледување на повеќе од еден комплет податоци.

Кон крајот на часот, забележав дека две од групите имаат различни заклучоци за тоа што е медијана. И двата заклучоци беа само делумно точни. Во секоја од групите учениците имаа постигнато согласност и повеќе не се преиспитуваа себе си. Потребен им беше некој вид надворешен поттик за да направат напредок. Токму затоа одлучив овие две групи заедно да ги прегледаат комплетите задачи за да се обидат да ги расчистат разликите. Од почеток беше малку хаотично, но откога ги споредија сите графици од двете групи на една маса, тие беа спремни да започнат со работа. На крајот еден пар ученици забележаа дека двата заклучоци не се во целост точни и соодветно ги ревидираа своите заклучоци. Тие групи беа навистина задоволни од себе!

До крајот на часот сите групи имаа точни заклучоци за барем два од поимите, ранг и медијана. Бев малку изненадена што повеќе од нив не го сфатија поимот мода. Мислам дека некои групи се зафатија со медијана и потрошија многу време на неа па затоа воопшто не ни стигнаа до мода. Сепак поради тоа што очекував да имам уште еден ден со ова, не бев премногу загрижена за нивното темпо. Неколку групи имаа заклучоци за сите 4 поими, но сеуште им беа потребни повеќе комплети податоци за да можат да ги прочистат своите заклучоци. До крајот на наредниот час, се надевам дека ќе ги имаме формирано дефинициите за сите четири поими и дека со овој начин на кој учениците развиваат дефиниции тие и ќе ги жзадржатж, нема да ги мешаат и ќе бидат во состојба дефинициите да ги применат попрецизно кога опишуваат или толкуваат податоци. Г–ѓа Едвардс и јас бевме навистина среќни со тоа како се развиваат работите. Пет минути пред крајот на часот побарав од учениците да ги стават своите белешки назад во своите групни портфолија. Им честитав на учениците за добрата работа на овој проект и им кажав дека на истиот ќе продолжиме да работиме и утре. По часот, Урсула и јас се договоривме да поминеме малку време заедно за ручек и да позборуваме за она што таа го увиде на мојот час. Урсула требаше да се обиде со истата лекција со паралелката со која го има петтиот час.

ПРИЛОЗИ

1

АКТИВНОСТ 1

ЗАДАЧА

Кој работи математика во Вашата училница за време на часот? Кој решава задачи?

Размислете индивидуално, а потоа поразговарајте во групата.

Донесете став на групата.

Опишете го накусо ставот.

Време за реализација:

20 минути (10 минути работа во групите, 10 минути презентација – разговор)

Материјали:

Работен лист, хемиски молив

Упатство за работа:

- индивидуално секој учесник ја разгледува задачата
- ја соопштува на групата состојбата во својата училница
- групата гради став за тоа кој (наставникот, ученикот или и двајцата), колку и како да работи за време на решавање задачи на часот.

АКТИВНОСТ 2

ЗАДАЧА

Разгледајте ја следната задача:
Во кружницата $k(O, r)$ е повлечена тетива еднаква на радиусот r.
а) Повлечи тангента на кружницата во едната крајна точка на тетивата;
б) одреди го острииот агол што го образуваат тангентата и тетивата.

Размислете за следните можни ситуации:

А *На часот, **при задавањето** на оваа задача, сте процениле дека на Вашите ученици им е потребна помош и затоа веднаш треба да интервенирате (задачата да ја појасните, да ја измените, да ја поедноставите). Кои интервенции ќе ги направите? Запишете ја подолу, во првата колона, оваа задача, но со направените интервенции.*	**Б** *Сте утврдиле дека и во текот на работата (**при решавањето**), на Вашите ученици им е потребна помош. Затоа сте извршиле нови интервенции. Кои се тие нови интервенции? Запишете ја задачата во втората колона, но со новите интервенции.*

Текстот на задачата после интервенциите:	
А (при задавањето)	**Б (при решавањето)**

Како гласи задачата после извршените интервенции?
Дали сега е појасна?
Дали когнитивните барања се пониски?
Дали учениците ја решаваа онаа задача што на почетокот им ја поставивте?

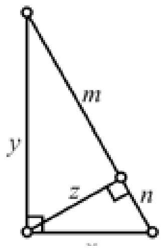
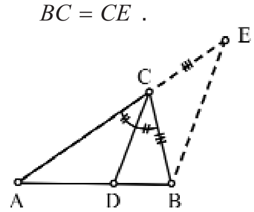
АКТИВНОСТ 3

ЗАДАЧА

На листот се запишани 20 задачи (за учениците од VIII одделение).

а) Дефинирајте критериум за систематизирање на задачите (Пример: според областите на кои тие им припаѓаат, според начинот на кој се зададени и слично) и според него систематизирајте ги и тоа во повеќе од 1 група (ниво), а во помалку од 20 групи (нивоа).

б) Критериум за систематизирање на истите задачи нека биде проценка на сложеноста на барањата во секоја задача. Систематизирајте ги овие задачи според тој критериум, во најмалку 2 групи, а најмногу 5 групи.

<table>
<tr><td colspan="2">1. Запиши го обратниот размер на размерот $15 : 20$.</td><td colspan="2">2. Конструирај отсечка со должина $\sqrt{5}$.</td><td colspan="2">3. Реши ја графички равенката $3x\text{-}1 = x\text{+}3$.</td><td colspan="2">4. Образложи ја следната еквиваленција: $-5x+1>2x-3 \Leftrightarrow 5x-1<-2x+3$</td></tr>
<tr><td>а)</td><td>б)</td><td>а)</td><td>б)</td><td>а)</td><td>б)</td><td>а)</td><td>б)</td></tr>
<tr><td colspan="2">5. Одреди ја нулата на функцијата $y = 2x - 5$.</td><td colspan="2">6. Нацртај квадар со основа квадрат гледан одоздола и одесно.</td><td colspan="2">7. Размерот $2\frac{3}{5} : 5{,}2$ претстави го така што неговите членови да бидат цели броеви.</td><td colspan="2">8. За која вредност на параметарот а, бројот 3 е решение на равенката $2x - 1 = a$.</td></tr>
<tr><td>а)</td><td>б)</td><td>а)</td><td>б)</td><td>а)</td><td>б)</td><td>а)</td><td>б)</td></tr>
<tr><td colspan="2">9. Точката C е средина на отсечката AB. Објасни зошто проекцијата C' на отсечката C е средина на отсечката A'B'.</td><td colspan="2">10. Нацртај отсечка со должина 10 cm и подели ја на три отсечки во однос $1 : 2 : 4$.</td><td colspan="2">11. Провери дали подредениот пар $(x, y) = (2, 2)$ е решение на системот
$x - 4y = -6$
$5x - 3y = 4$</td><td colspan="2">12. Едно дрво има сенка долга 10 m, а во истото време човек што е висок 1,7 m има сенка долга 1m. Одреди ја висината на дрвото.</td></tr>
<tr><td>а)</td><td>б)</td><td>а)</td><td>б)</td><td>а)</td><td>б)</td><td>а)</td><td>б)</td></tr>
<tr><td colspan="2">13. Реши ја равенката $3 - 7x = 2 - 8x$</td><td colspan="2">14. Која од следните равенки е невозможна:
$3x = 0$, $5x = -1$
или $0 \cdot x = 4$</td><td colspan="2">15. Колку рамнини определуваат четири некомпланарни точки?</td><td colspan="2">16. Одреди го непознатиот член во пропорцијата $10 : a = 15 : 6$</td></tr>
<tr><td>а)</td><td>б)</td><td>а)</td><td>б)</td><td>а)</td><td>б)</td><td>а)</td><td>б)</td></tr>
<tr><td colspan="2">17. Во пропорцијата
$\frac{*}{x} = \frac{x}{m+n}$
се содржат елементи од долниот цртеж.
Што треба да стои на местото на *?

</td><td colspan="2">18. Процени кој од системите е попоговен за решавање со метод на спротивни коефициенти
$\begin{cases} 6x - 7y = 40 \\ 5y - 2x = -3 \end{cases}$
или
$\begin{cases} 2x + 11y = 15 \\ 10x - 11y = 9 \end{cases}$</td><td colspan="2">19. Ако во 8 l топла вода се додадат 2 l постудена вода тогаш температурата на измешаната вода е 66°C. Ако, пак, во 7 l топла вода се додадат 3 l постудена вода температурата на измешаната вода е 59°C. Колкава била температурата на топлата вода, а колкава на постудената?</td><td colspan="2">20. На цртежот е даден ΔABC во кој CD е симетрала на аголот при темето C. Потоа е продолжена страната AC и е повлечена правата $BE \parallel DC$. Докажи дека ΔBEC е рамнокрак со краци $\overline{BC} = \overline{CE}$.

</td></tr>
<tr><td>а)</td><td>б)</td><td>а)</td><td>б)</td><td>а)</td><td>б)</td><td>а)</td><td>б)</td></tr>
</table>

АКТИВНОСТ 4

Разгледај ги задачите на стр. 18, 19, 20 и 21. За секоја задача од секое ниво е запишана најмалку по една карактеристика. Разгледајте ја секоја задача (вкупно се 12) и за секоја запишете уште по една карактеристика.

РАБОТЕН ЛИСТ

За секоја задача е запишана најмалку по една карактеристика. Разгледајте ја секоја задача (вкупно 12 задачи) и за секоја запишете уште по една карактеристика.

Задачи за меморирање

1. ______________________________

2. ______________________________

3. ______________________________

Задачи со процедури без поврзување

1. ______________________________

2. ______________________________

3. ______________________________

Задачи со процедури со поврзување

1. ______________________________

2. ______________________________

3. ______________________________

Задачи од практикување математика

1. ______________________________

2. ______________________________

3. ______________________________

АКТИВНОСТ 5

ЗАДАЧИ (за учениците од VIII одделение):

ЗАДАЧА 1 **Запиши ги децималниот број и процентот што се еднакви на дропката**

а) $\frac{1}{2}$ б) $\frac{1}{4}$

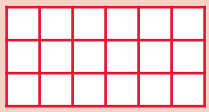
Одредете го нивото на барањата во задачата.

(*Проценете во задачата во колкава мера се бара ученикот да разбира и применува постапки (формули, алгоритми,...) и врз основа на тоа одредете го нивото на задачата*)

Сигурно согледавте дека нивото на барањата во оваа задача е ниско. Имено, од ученикот се бара тој да се присети на начинот на кој дропка се претвора во децимален број и во процент, т. е. да примени процедури кои немаат голема поврзаност со разбирање и примена на постапки (формули, алгоритми и сл.). Се вика **ниво на меморирање**.

Запишете задача на која нивото на когнитивните барања е исто со нивото на дадената.

ЗАДАЧА 2 **Одреди го периметарот на правоаголникот на цртежот ако секој од квадратите на мрежата што е внатре има страна 1.**

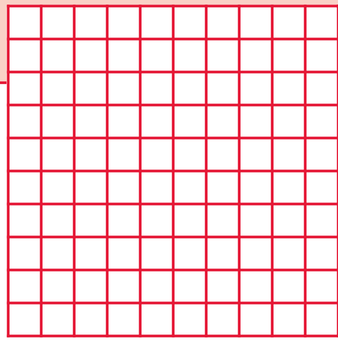


(*Проценете во задачата дали бараната постапка е очигледна, дали барањето во задачата се фокусира на давање точен одговор без развивање на посебно математичко разбирање, дали се бараат посебни објаснувања за процедурата на пресметувањето,...*)

Сигурно согледавте дека нивото на барањата и во оваа задача е ниско. Имено, од ученикот се бара тој да искористи конкретна постапка што претходно ја изучил, има малку нејаснотии околу тоа што треба да направи, се инсистира на точна пресметка без да се развива некое разбирање, не се бараат објаснувања, освен она кое е непосредно поврзано со пресметката. Се вика **ниво на примена на процедури без поврзување**.

Запишете задача на која нивото на когнитивните барања е исто со нивото на дадената.

ЗАДАЧА 3 **Одреди ги децималниот број и процентот што се еднакви на дропката $\frac{3}{5}$, со користење на мрежата 10x10.**

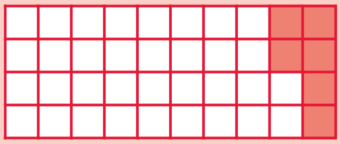


(*Проценете го нивото на барањата во задачата.*)

Сигурно согледавте дека нивото на барањата во оваа задача е високо. Ученикот треба да воспостави врска меѓу различните претставувања на децималните броеви и дропките за што е потребно одредено ниво на когнитивен напор. Тој треба да најде концепт (постапка, начин) кој тој го разбира за да ја реши задачата. Ова се вика **ниво на примена на процедури со поврзување**.

Запишете задача на која нивото на когнитивните барања е исто со нивото на дадената.

ЗАДАЧА 4 **Во квадратната мрежа 4x10 се обоени 6 квадратчиња. Користејќи ја мрежата објаснете како да се претстави обоената површина:**
а) во проценти б) во децимали в) во дропка.



(*Проценете го нивото на барањата во задачата и презентирајте го ставот на групата.*)

Сигурно согледавте дека нивото на барањата и во оваа задача е високо. Од ученикот се бара тој да размислува неалгоритамски, затоа што нема добро извежбан пристап што му го навестува задачата. Затоа тој сам треба да го следи и регулира когнитивниот процес, односно правилно да ги примени своите знаења. Тој треба да ја анализира задачата, да ги согледа рамките за решавање на задачата, т.е. да најде соодветна стратегија. Ова се вика **ниво на практикување математика**.

Запишете две задачи (по една од алгебра и геометрија) на кои нивото на когнитивните барања е исто со нивото на дадената.

Задача 1:

Задача 2:

6

АКТИВНОСТ 6

ЗАДАЧА

Во секоја од следните осум задачи:

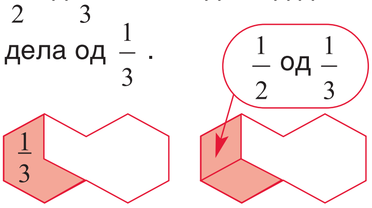
- **процените го нивото на когнитивното барање,**
- **објаснете ја проценката (т.е. наведете ги карактеристиките според кои ја направивте проценката) (по потреба - на лист)**

ЗАДАЧА	Процени го нивото на задачата (заокружи). Запиши ги карактеристиките
1. Разгледајте ги шемите и нацртајте ја сликата што треба да следи.  Помагала/алатки: **сметалка**	а) Меморирање б) Со поврзување в) Без поврзување г) Практик. математ. Карактеристики:
2. Дел А. По првите две игри во сезоната, најдобриот играч од женскиот кошаркарски тим погоди 12 од 20 слободни фрлања, а најдобриот играч од машкиот кошаркарски тим погоди 14 од 25 слободни фрлања. Кој играч направил подобар процент на слободни фрлања? Дел Б. „Подобриот” играч не играл во третиот натпревар, поради повреда. Колку слободни фрлања (од дополнителни 10 обиди) треба да погоди другиот играч за да го преземе водството според процентот на постигнати слободни фрлања?	а) Меморирање б) Со поврзување в) Без поврзување г) Практик. математ. Карактеристики:

ЗАДАЧА	Процени го нивото на задачата (заокружи). Запиши ги карактеристиките
3. Секцијата за природни науки во едно училиште одлучи да направи проект за „фотографии на природата“. Одлучија да направат повеќе од 300 фотографии на природни предели во сите временски услови. Сакаат да направат изложба на фотографиите со кои ќе учествуваат на Државниот натпревар за „фотографии на природата“. Клубот размислува да купи апарат од 35 mm, но некој од клубот предложи дека можеби е подобро да се купат фотоапарати за една употреба. Обичен фотоапарат со автоматски фокус и автоматски светломер би чинел околу 1.850 ден. Филмот со 24 пози чини 180 ден. , а тој со 36 пози 268 ден. Фотоапаратите за една употреба можат да се купат во комплет 3 за 900 ден., 2 од трите апарати се со по 24 пози, а третиот со 27 пози. Поединечно, овие фотоапарати можат да се купат по цена од 405 ден. Раководителите на клубот треба да одлучат кој е најдобриот избор и својата одлука да ја оправдаат пред одговорниот на клубот. Што мислите, дали треба да го купат обичниот фотоапарат или оние за една употреба? Напишете оправдување за изборот кое јасно го претставува вашето размислување. Помагала/ алатки: **калкулатор**	а) Меморирање б) Со поврзување в) Без поврзување г) Практик. математ. Карактеристики:
4. Редовната цена на еден џемпер е 2025 ден. Поради распродажбата, цената на џемперот е намалена за 30%. Колку чини џемперот со понудениот попуст? Објасни ја постапката што ја користеше за да ја најдеш цената на џемперот за време на распродажбата? Помагала/ алатки: **нема**	а) Меморирање б) Со поврзување в) Без поврзување г) Практик. математ. Карактеристики:

ЗАДАЧА	Процени го нивото на задачата (заокружи). Запиши ги карактеристиките

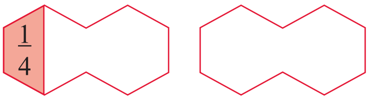
5. $\frac{1}{2}$ од $\frac{1}{3}$ значи еден од двата еднакви дела од $\frac{1}{3}$.



$\frac{1}{2}$ од $\frac{1}{3}$ или $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

Одреди $\frac{1}{3}$ од $\frac{1}{4}$. Користи плочки.

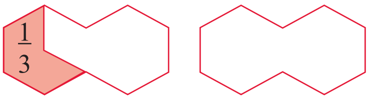
Одговорот претстави го со цртеж.



$\frac{1}{3}$ од $\frac{1}{4}$ или $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \square$

Одреди $\frac{1}{4}$ од $\frac{1}{3}$. Користи плочки.

Одговорот претстави го со цртеж.



$\frac{1}{4}$ од $\frac{1}{3}$ или $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \square$

Помагала: **цртежи**

а) Меморирање б) Со поврзување
в) Без поврзување г) Практик. математ.

Карактеристики:

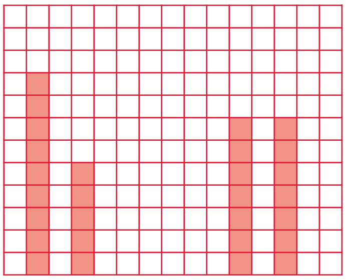
6. Користејќи ја страната на една плочка во форма на квадрат како единица мерка, најди ја обиколката (т. е. околната должина) на секој од возовите прикажани подолу.

Воз 1 Воз 2 Воз 3

Помагала/ алатки:
плочки со квадратна форма

а) Меморирање б) Со поврзување
в) Без поврзување г) Практик. математ.

Карактеристики:

ЗАДАЧА	Процени го нивото на задачата (заокружи). Запиши ги карактеристиките
7. Паровите броеви во точките а) – г), дадени подолу, ги претставуваат висините на столбовите од коцки наредени една врз друга, кои треба да се израмнат. На хартија со квадратчиња скицирај го погледот од напред на столбовите коцки со висините пред нивното израмнување, а потоа откако ќе бидат израмнети. Под цртежите, писмено образложи како твојот метод за израмнување на столбовите е поврзан со наоѓањето просечна вредност од двата броја. а) 12 и 8 б)16 и 7 в) 7 и 12 г) 13 и 15  *Зедов две коцки од првиот столб и ги ставив на вториот. Така ги израмнив двата столба. Така вкупниот број коцки сега е распределен на два столба со еднаква висина. И тоа е она што значи просечна вредност.* Помагала/алатки: **тетратка со квадратчиња**	а) Меморирање б) Со поврзување в) Без поврзување г) Практик. математ. Карактеристики:
8. Одреди ги соодветната дропка и процентот за секоја децимален број: 0,20 = ____ = ____ 0,25 = ____ = ____ 0,33 = ____ = ____ 0,50 = ____ = ____ 0,66 = ____ = ____ 0,75 = ____ = ____ Помагала/ алатки: **нема**	а) Меморирање б) Со поврзување в) Без поврзување г) Практик. математ. Карактеристики:

АКТИВНОСТ 7

ЗАДАЧА

Што се случи на часовите на г-ѓа Фокс, г-ѓа Џонс, г-н Чејбнер и г-ѓа Џексон. Проучете ја ситуацијата и пополнете ја следната табела:

Конкретно ниво ѓна поставената задача	Конкретно ниво на решаваната задача	Дали се одржани барањата од високото ниво	Фактори поврзани со одржувањето или со опаѓањето на нивото

Се работи во групи.

Во првата и втората колона се запишува конкретното ниво на задачата – според Ваша проценка (пример: Процедури со поврзување)

Во третата колона се констатира дали нивото е одржано или опаднато

Во четвртата колона се наведуваат карактеристики според кои се согледува одржувањето, односно опаѓањето на нивото.

ВОДИЧ ЗА АНАЛИЗА НА ЗАДАЧИ

БАРАЊА ОД ПОНИСКО НИВО	
Задачи за меморирање *Овој вид задачи бараат од ученикот:* ❐ непосредна **репродукција** на правила, постапки, формули или дефиниции кои започнале да се изучуваат, или, пак, веќе се изучени порано, без притоа да се врши поврзување со други поими, правила, формули, постапки, дефиниции; ❐ **меморирање** на факти, правила, формули или дефиниции; ❐ прецизна **репродукција** на претходно виден материјал, т. е. она што треба да се репродуцира е јасно наведено; ❐ да даде **решение за кратко време**, бидејќи задачите се многу јасни, а решението да е резултат на прецизна репродукција.	**Задачи со процедури без поврзување** *Овој вид задачи бараат од ученикот:* ❐ да решава според даден **алгоритам**; ❐ користење **постапка која е конкретно побарана**, или нејзиното користење е очигледно поради претходните инструкции, искуството или поставеноста на задачата; ❐ **ограничен когнитивен напор** за успешно решавање, т. е. има малку нејаснотии околу тоа што и како треба да се направи; ❐ да **не ги поврзува со значењето на поимите** на кои се базира процедурата што се користи при решавањето; ❐ да се **фокусира на давање точни одговори** наместо на развивање на математичкото разбирање; ❐ да **не дава објаснувања** или да се даваат објаснувања кои се поврзани единствено со процедурата која треба да се искористи.
БАРАЊА ОД ПОВИСОКО НИВО	
Задачи за меморирање *Овој вид задачи бараат од ученикот:* ❐ **вниманието да го насочи кон користење постапки** со цел да се развиваат подлабоки нивоа на разбирање на математички поими и идеи; ❐ **користење на општи процедури**, кои се во врска со главните барања, а во задачата се дадени отворено или прикриено; ❐ **да го користи соодветно вообичаеното претставување** на ваквите задачи на различни начини: визуелни дијаграми, слики, скици, симболи, проблемски ситуации; ❐ да поставува **врски меѓу различните начини** на претставување на задачите, што помага во нивното разбирање; ❐ одредено ниво на когнитивен напор, односно **општите процедури може да се следат**, но за нив е потребно извесно размислување; ❐ да **размислува за процедурите** за да може да ја разбере и реши задачата.	**Задачи со процедури без поврзување** *Овој вид задачи бараат од ученикот:* ❐ **комплексно и неалгоритамско размислување** (пр.: не постои предвидлив, добро извежбан пристап или насока која е експлицитно дадена со задачата, со инструкциите за задачата или е изработен пример кој може да се користи); ❐ да ја **испита и разбере природата на математичките поими**, процеси и односи; ❐ **користење на соодветни знаења и искуства** и нивна правилна примена при решавањето; ❐ **да ја анализира задачата** и целосно да ги испита ограничувањата што би влијаеле на можните начини на решавање; ❐ **значителен когнитивен напор** кој може да предизвикаат одредено ниво на напнатост поради непредвидливата природа на процесот за доаѓање до решението.

СОДРЖИНА